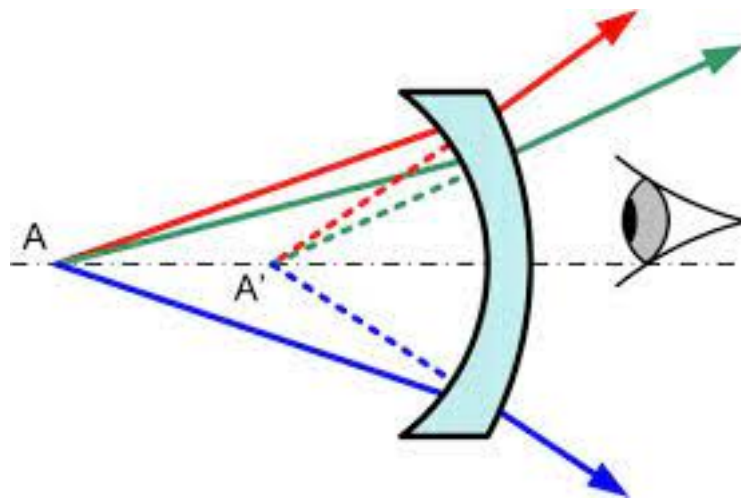




OPTIQUE GÉOMÉTRIQUE

Note de cours

William MOUCKEYTOU, enseignant E.N.S.E.T
webmaster@wtvmouckeytou.net

2023

Table des matières

Avant-propos	2
1 Les bases de l'optique géométrique	3
1.1 La lumière, une onde électromagnétique	3
1.1.1 Qu'est-ce qu'une onde ?	3
1.1.2 La lumière	3
1.2 Sources de lumière	4
1.2.1 Sources à spectre de raies ou de bandes	4
1.2.2 Sources à spectre continu	4
1.2.3 Cas particulier des lasers	4
1.3 Propagation de la lumière	5
1.3.1 Milieux transparent, homogène, isotrope	5
1.3.2 Indice d'un milieu transparent	5
1.3.3 Propagation de la lumière dans le vide	5
1.3.4 Propagation de la lumière dans un milieu transparent et isotrope	5
1.3.5 Absorption et dispersion	6
1.4 Bases de l'optique géométrique	6
1.4.1 Cadre général de l'optique	6
1.4.2 Approximation de l'optique géométrique	7
1.4.3 Notion de rayon lumineux	7
1.4.4 Faisceau lumineux	7
2 Réfraction, réflexion	9
2.1 Le vocabulaire de l'optique géométrique	9
2.1.1 Dioptries et miroirs	9
2.1.2 Axe optique, plans transverses	9
2.1.3 Image	9
2.1.4 Faces d'entrée et de sortie	9
2.1.5 Réalité et virtualité	10
2.1.5.1 faisceau lumineux	10
2.1.6 Objet réel ou virtuel, image réelle ou virtuelle	10
2.2 Lois de Descartes	11
2.2.1 Réflexion	11
2.2.2 Réfraction	12
2.2.2.1 Lois de la réfraction	12
2.2.2.2 Réflexion totale et incidence limite	13
2.2.2.3 Réfraction limite	13
2.2.3 Construction de Descartes	13
2.3 Cas des milieux stratifiés. Mirages	14
2.3.1 Réfraction dans un milieu stratifié	14
2.3.2 Mirages	15

3	Stigmatisme et aplanétisme. Dioptres et miroirs	16
3.1	Stigmatisme, aplanétisme et conditions de Gauss	16
3.1.1	Définitions	16
3.1.1.1	Stigmatisme	16
3.1.1.2	Aplanétisme	16
3.1.2	Notion de foyer	17
3.1.3	Conditions de Gauss, optique paraxiale	17
3.2	Les miroirs	18
3.2.1	Le miroir sphérique	18
3.2.1.1	Présentation	18
3.2.1.2	Stigmatisme et aplanétisme approché	18
3.2.1.3	Quelques règles de construction préliminaires	19
3.2.1.4	Relations avec origine aux foyers, dites relations de Newton	19
3.2.1.5	Relation avec origine au centre	19
3.2.1.6	Relation avec origine au sommet	20
3.2.1.7	Constructions géométriques dans les conditions de Gauss	20
3.2.1.8	Complément : relation de Lagrange-Helmholtz	22
3.2.2	Miroir plan	22
3.2.2.1	Image d'un point objet par un miroir plan	22
3.2.2.2	Image par un miroir plan d'un point objet réel	22
3.2.2.3	Image par un miroir plan d'un point objet virtuel	22
3.2.2.4	Image d'un objet par un miroir plan	23
3.3	Les dioptres	23
3.3.1	Étude du dioptre sphérique dans l'approximation de Gauss	23
3.3.1.1	Dioptres convexe ou concave	23
3.3.1.2	Dioptre convergent ou divergent	24
3.3.1.3	La relation de conjugaison et la vergence du dioptre	24
3.3.1.4	Calcul des distances focales	25
3.3.1.5	Autres formes de la relation de conjugaison	26
3.3.1.6	Grandissement transversal ou transverse γ	26
3.3.1.7	Grandissement longitudinal g	26
3.3.1.8	Construction d'images à travers un dioptre sphérique	27
3.3.2	Étude du dioptre plan dans l'approximation de Gauss	30
3.3.2.1	Relation de conjugaison	30
3.3.2.2	Construction d'images	30
4	Lentilles minces	31
4.1	Présentation	31
4.1.1	Les différentes lentilles	31
4.1.2	Lentilles convergentes	32
4.1.3	Lentilles divergentes	33
4.2	Constructions géométriques	33
4.2.1	Les règles de construction	33
4.2.2	Méthode de construction	33
4.2.2.1	Comment reconnaître rapidement une lentille ?	34
4.3	Relations de conjugaison	35
4.3.1	Relations avec origine au centre	35
4.3.2	Relations avec origine aux foyers, dites relations de Newton	35
4.4	Lentilles accolées	35

Avant-propos

L'optique est un domaine de la physique extrêmement riche et fécond. Les théories successives ont permis le développement de la physique actuelle. Il est nécessaire d'en connaître les grandes lignes. Le cours a été rédigé avec le souci de les rendre aussi faciles d'accès que possible. Ce cours se déroulant sur 30 heures. Vous pouvez envoyer vos critiques et autres, toujours très vivement appréciés, à l'adresse librejili@gmail.com.

W. MOUCKEYTOU

Département Génie Mécanique

École Normale Supérieure de l'Enseignement Technique, Libreville, Gabon.

Chapitre 1

Les bases de l'optique géométrique

1.1 La lumière, une onde électromagnétique

1.1.1 Qu'est-ce qu'une onde ?

On appelle **onde**, le phénomène de propagation d'une perturbation dans un milieu sans transport de matière :

- une onde se propage, à partir de la source, dans toutes les directions qui lui sont offertes ;
- la perturbation se transmet de proche en proche avec un transfert d'énergie sans transport de matière ;
- la vitesse de propagation d'une onde est une propriété du milieu.

Les ondes sont omniprésentes autour de nous : dans la terre (ondes sismiques), à la surface de l'eau (houle) ou dans l'air (lumière, son, ultrasons ...). Les ondes électromagnétiques (rayonnement visible, ultraviolet, rayons X ...) et les particules venant de l'espace nous renseignent sur la structure de l'Univers et son évolution. On s'intéressera dans ce cours aux ondes électromagnétiques, qui correspondent à une vibration du champ électrique et/ou magnétique local du milieu (la lumière, les rayonnements infrarouges, ultraviolets ...)

Les **ondes électromagnétiques**, dont la lumière fait partie, se propagent contrairement au son dans toutes les directions de l'espace, même en l'absence de milieu matériel. Dans le vide, leur vitesse est la plus grande qui puisse exister dans l'Univers. on parle de célérité ou de la vitesse de la lumière et elle est représentée par le symbole c . Dans les milieux matériels isotropes, les ondes électromagnétiques se propagent à une vitesse plus lente noté v :

$$v = \frac{c}{n}$$

où n est l'indice du milieu traversé.

Une onde électromagnétique sinusoïdale est caractérisée par sa période T ou sa fréquence f (ou $\nu = \frac{1}{T}$) indépendante du milieu traversé. Sa vitesse de propagation v est caractéristique du milieu traversé. Sa longueur d'onde λ est définie par :

$$\lambda = vT = \frac{v}{f}$$

On peut aussi définir ω , la pulsation, exprimée en radians par seconde, par $\omega = \frac{2\pi}{T} = 2\pi\nu$.

Lorsque l'onde électromagnétique est caractérisée par une seule fréquence ν (ou de manière équivalente une seule longueur d'onde λ , elle est dite **monochromatique**. Dans le cas contraire, elle est dite **polychromatique**.

Les ondes électromagnétiques couvrent une très large gamme de fréquences, depuis les ondes radio, dont la fréquence est voisine de quelques 10^3Hz , jusqu'aux rayons γ de très haute énergie, de fréquence 10^{20}Hz à 10^{26}Hz , provenant naturellement de l'espace interstellaire ou du soleil.

1.1.2 La lumière

Dans le vide, la lumière se propage à la vitesse : $c = 299\,792\,458\text{ m} \cdot \text{s}^{-1} \approx 3 \cdot 10^8\text{ m} \cdot \text{s}^{-1}$

La précision des mesures actuelles a conduit à une redéfinition des grandeurs étalons. Le mètre étalon n'existe

plus : un mètre est la distance parcourue par la lumière dans le vide pendant $\frac{1}{299\,792\,458}$ s

La lumière que nous voyons n'est qu'une petite partie du vaste spectre électromagnétique, appelée « le visible ». Généralement, dans le vide comme à l'intérieur de la matière, elle résulte de la superposition de plusieurs ondes électromagnétiques monochromatiques (lumière polychromatique). Le domaine de la lumière visible par l'œil humain correspond aux longueurs d'onde dans le vide approximativement comprises entre 0,4 μm et 0,8 μm (400 nm et 800 nm).

Les autres parties du spectre électromagnétique ne sont pas perçues par l'œil ; néanmoins, les technologies du XXe siècle nous les ont rendues familières. Nous allons les passer en revue :

- Les *micro-ondes* (comprises entre $3 \cdot 10^9 \text{Hz}$ et $3 \cdot 10^{11} \text{Hz}$) sont utilisées dans les radars et les communications interurbaines (comme les conversations téléphoniques) grâce à des antennes hautes fréquences.
- Les *signaux de radio et de télévision* couvrent une gamme de fréquences comprise entre $3 \cdot 10^3 \text{Hz}$ et $3 \cdot 10^9 \text{Hz}$.
- Les *rayons X* (compris entre $3 \cdot 10^{17} \text{Hz}$ et $3 \cdot 10^{19} \text{Hz}$) sont principalement utilisés en imagerie médicale
- Les *rayons gamma* sont beaucoup plus énergétiques que les rayons X et se rencontrent dans le même type d'applications.

Les longueurs d'onde correspondant au domaine du visible varient de 400 nm à 750 nm pour un œil moyen. Les couleurs principales sont récapitulées dans le tableau suivant :

λ (dans le vide en nm)	< 400	500	590	630	> 750
ν (Hz)	$> 7,5 \cdot 10^{14}$	$6,0 \cdot 10^{14}$	$5,1 \cdot 10^{14}$	$> 4,8 \cdot 10^{14}$	$< 4,0 \cdot 10^{14}$
Couleur	ultraviolet	bleu	jaune	rouge	infrarouge

1.2 Sources de lumière

1.2.1 Sources à spectre de raies ou de bandes

La décomposition de la lumière émise suite à la désexcitation d'atomes par un prisme ou un réseau donne un ensemble de raies caractéristiques de la composition de la source de fréquences très voisines : $\frac{\Delta\nu}{\nu} = 10^{-7}$

1.2.2 Sources à spectre continu

Les sources à spectre continu sont basées sur le rayonnement du corps noir, parfois appelé rayonnement complet ou rayonnement thermique, désigne le comportement d'un système qui absorbe tous les rayonnements incidents et réémet l'énergie accumulée.

Le spectre du fer (voir figure 1.1) présente de nombreuses raies d'émission sur une large gamme de longueurs d'onde, il sert de spectre de référence.

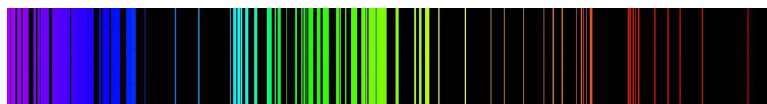


FIGURE 1.1 – Spectre d'émission du fer

1.2.3 Cas particulier des lasers

Une source laser (Light Amplification by Stimulated Emission of Radiation) est basée sur le principe de l'émission stimulée : les différents atomes de la source se désexcitent de façon synchronisée, la source est dite cohérente. Les fréquences des ondes composant la lumière d'un laser sont très proches : $\frac{\Delta\nu}{\nu} = 10^{-10}$. Le laser le plus utilisé en travaux pratiques est un laser hélium-néon de couleur rouge dont la longueur d'onde est $\lambda = 632,8 \text{ nm}$

1.3 Propagation de la lumière

1.3.1 Milieux transparent, homogène, isotrope

Un milieu est dit :

- ❑ **transparent** s'il laisse passer la lumière (par opposition à un milieu opaque) ;
- ❑ **homogène** si ses caractéristiques optiques sont indépendantes de l'espace ;
- ❑ **isotrope** si ses caractéristiques optiques sont indépendantes de la direction selon laquelle se propage le rayon lumineux.

1.3.2 Indice d'un milieu transparent

Pour une onde monochromatique, de longueur d'onde λ_0 dans le vide, l'**indice optique** $n(\lambda_0)$ d'un milieu est défini comme le rapport de la vitesse de la lumière dans le vide sur sa vitesse dans le milieu matériel :

$$n(\lambda_0) = \frac{c}{v}$$

Plus l'indice d'un milieu est élevé, plus le milieu est *réfringent*.

Dans un milieu transparent inhomogène, l'indice optique n dépend du point de l'espace considéré dans ce milieu.

La plupart des milieux transparents ont un indice qui vérifie assez bien la formule simplifiée de Cauchy :

$$n(\lambda_0) = A + \frac{B}{\lambda_0}$$

où A et B sont des constantes positives.

L'indice n dépend de la longueur d'onde de la lumière qui traverse le milieu ; d'une manière générale, lorsque la longueur d'onde diminue, l'indice augmente. On appelle ce phénomène la *dispersion optique*.

L'indice de l'air est, dans les conditions normales, de 1,000 293. Nous assimilerons donc par la suite l'air au vide. L'indice de l'eau est d'environ 1,3, celui des verres varie de 1,5 à 1,8 environ. Un des indices les plus élevés est celui du diamant 2,4.

1.3.3 Propagation de la lumière dans le vide

Dans le vide, la lumière se propage *en ligne droite* de manière isotrope avec une vitesse c constante.

Pour matérialiser la propagation rectiligne, on a l'habitude de représenter des « rayons lumineux » sous forme de lignes droites issues de la source (figure 1.2). Une flèche indique le sens de déplacement.

De nombreux rayons très serrés issus de la même source forment un *pinceau*. Enfin, en raison du principe de propagation rectiligne de la lumière, sa trajectoire ne dépend pas de *son sens* de propagation.

La conséquence la plus immédiate de la propagation rectiligne est l'existence de l'ombre (voir figure 1.2)

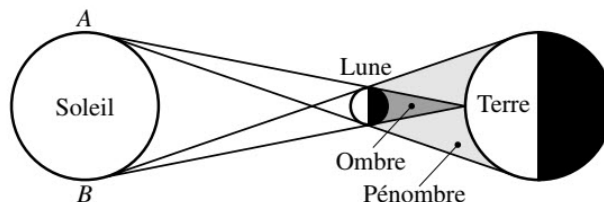


FIGURE 1.2 – L'éclipse de Soleil

1.3.4 Propagation de la lumière dans un milieu transparent et isotrope

Dans un milieu transparent, isotrope et homogène, la lumière se propage en ligne droite avec une vitesse v indépendante de la direction (voir figure 1.3)

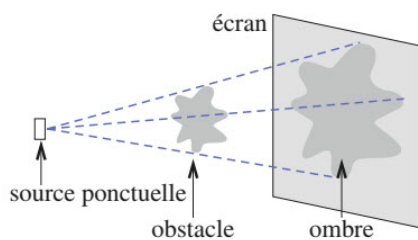


FIGURE 1.3 – Mise en évidence de la propagation des rayons lumineux dans un milieu homogène

1.3.5 Absorption et dispersion

Les interactions de la lumière avec un milieu matériel modifient la propagation : la vitesse de propagation ν n'est plus égale à c .

La vitesse est plus importante pour le rouge que pour le bleu dans les milieux transparents. C'est le phénomène de **dispersion** (voir figure 1.4) utilisé lors de la décomposition de la lumière par un prisme. L'intensité

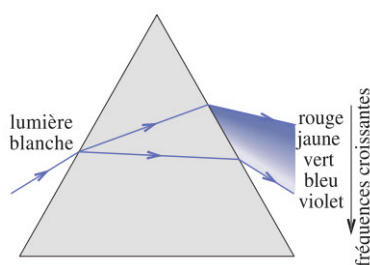


FIGURE 1.4 – Déviation vers la base

lumineuse décroît lors de la propagation de la lumière dans le milieu matériel. La loi de décroissance est en général une fonction exponentielle de la distance parcourue et dépend de la fréquence, donc de la longueur d'onde. C'est le phénomène d'**absorption**.

1.4 Bases de l'optique géométrique

1.4.1 Cadre général de l'optique

Le mot optique est la transcription du mot grec qui signifie « je vois ». Il nous rappelle qu'à l'origine on ne distinguait pas nettement l'étude des sens de la vue de celle de la lumière. Cependant, l'optique ne se limite pas seulement aux phénomènes lumineux proprement dits mais englobe aussi les rayonnements invisibles comme l'infra-rouge (IR), l'ultraviolet (UV), les rayons X..., qui obéissent aux mêmes lois. La lumière pourra donc être éventuellement définie dans un sens plus large que celui de rayonnement visible.

Historiquement, l'optique couvre trois domaines différents : l'optique géométrique, l'optique ondulatoire et l'optique quantique, qui sont apparus en ordre de difficulté croissante tant expérimentale que mathématique. Il ne s'agit pas d'outils contradictoires mais de trois visions différentes des mêmes phénomènes.

	Optique géométrique	Optique ondulatoire	Optique quantique
Validité	Dimensions du système grandes devant la longueur d'onde qui se propage	Dimensions du système de l'ordre de la longueur d'onde qui se propage	Dimensions du système petites devant la longueur d'onde qui se propage
Préoccupations	Rayon lumineux	Onde lumineuse	Processus atomiques
	Réflexion	Vibration électrique	Vibrations
	Réfraction	Interférence	électromagnétiques
	Dispersion	Diffraction	Champ électrique
	Photométrie	Diffusion	et magnétique
Apparition		Polarisation	
	XIII ^e siècle	XIX ^e siècle	XX ^e siècle

L'optique géométrique n'est pas autre chose qu'une méthode de calcul simple s'appliquant sous certaines conditions

1.4.2 Approximation de l'optique géométrique

Le modèle géométrique est valable si les caractéristiques des milieux traversés varient peu à l'échelle de la longueur d'onde.

La construction géométrique du trajet suivi par la lumière permet une étude simple des systèmes optiques courants.

L'optique géométrique se préoccupe essentiellement de la trajectoire de rayons issus de sources ponctuelles, ce qui est toujours le cas si elles sont situées à une très grande distance de l'observateur.

1.4.3 Notion de rayon lumineux

La notion de base de l'optique géométrique est le **rayon lumineux**. C'est la ligne suivant laquelle l'énergie lumineuse se propage. Une ouverture circulaire étroite, éclairée par une source éloignée telle que le Soleil laisse passer un faisceau étroit de lumière qui peut être considéré grossièrement comme un rayon lumineux.

Dans un milieu d'indice variable le rayon lumineux se courbe et tourne sa concavité vers les zones d'indice croissant.

Un rayon laser représente mieux un rayon lumineux. Tout comme la notion du point matériel mécanique, le rayon lumineux est une abstraction géométrique plutôt qu'une réalité physique.

1.4.4 Faisceau lumineux

Un faisceau lumineux est l'ensemble des rayons lumineux passant par un point unique et une surface donnée (voir figure 1.5).

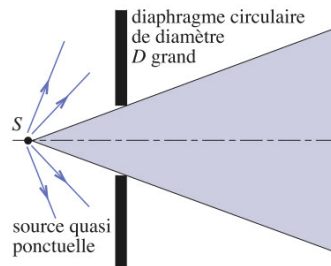


FIGURE 1.5 – Réalisation d'un faisceau

Ces rayons lumineux peuvent être traités indépendamment les uns des autres. C'est un principe de base de l'optique géométrique. Expérimentalement, il est impossible d'obtenir un pinceau lumineux infiniment fin. Pour un diaphragme de diamètre D , de l'ordre de quelques longueurs d'onde, le faisceau « s'ouvre » derrière le diaphragme : c'est le phénomène de **diffraction** (voir figure 1.6).

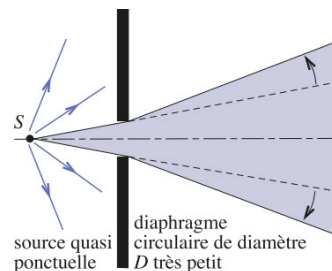


FIGURE 1.6 – Le faisceau s'ouvre

L'ouverture angulaire du faisceau (liée au caractère ondulatoire de la lumière) est de l'ordre de $\frac{\lambda}{D}$ (voir figure 1.7) Une lentille donne l'image d'un objet sur un écran.

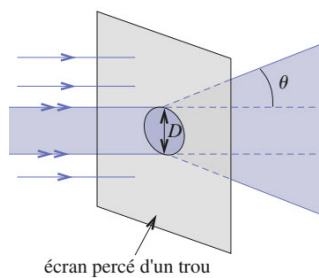


FIGURE 1.7 – Tache de diffraction obtenue avec une ouverture circulaire

Le faisceau lumineux issu de chaque point source vient converger en un point de l'écran (voir figure 1.8)

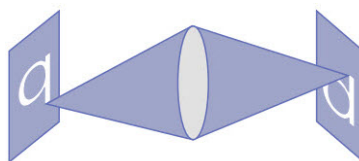


FIGURE 1.8 – Mise en évidence de l'image

Chapitre 2

Réfraction, réflexion

2.1 Le vocabulaire de l'optique géométrique

2.1.1 Dioptries et miroirs

On appelle *système optique* l'ensemble d'un certain nombre de milieux transparents (c'est-à-dire non absorbants) en général homogènes et isotropes séparés par des surfaces dont la forme est simple (portions de plans ou de sphères le plus souvent). Si la surface entre deux milieux successifs est réfléchissante, on parle de **miroir** ; sinon il s'agit d'un **dioptre**.

Lorsqu'un système ne contient que des dioptries, on parle de *système dioptrique* ; s'il contient un ou plusieurs miroirs, on parle de *système catadioptrique* et s'il contient seulement des miroirs, on parle de *système catoptrique*.

2.1.2 Axe optique, plans transverses

Le plus souvent, le système est centré c'est-à-dire qu'il possède un axe de symétrie, dit **axe optique**. On oriente l'axe optique dans le sens de propagation de la lumière. Quand il y a réflexion, l'orientation change de sens. Les plans perpendiculaires à cet axe optique sont appelés **plans transverses**.

2.1.3 Image

Soit un système optique (S) et soit une source ponctuelle de lumière placée en A . Si toute la lumière issue de A converge en A' (voir figure 1.6) après avoir traversé (S), on dit que A' est l'**image** de A à travers (S) et que A est l'**antécédent** de A' . Les points A et A' sont dits **conjugués** par le système. Par le retour inverse de la lumière, si l'on place la source ponctuelle en A' , éclairant le système (S), toute la lumière issue de A' et passant par (S) converge en A .

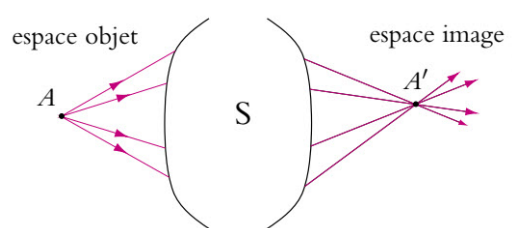


FIGURE 2.1 – Espaces objet et image

2.1.4 Faces d'entrée et de sortie

Le système est limité par deux surfaces. La **face d'entrée** est la face sur laquelle la lumière arrive, la **face de sortie** est celle d'où la lumière repart (elles sont confondues pour un miroir). Le système (S) divise l'espace en deux : l'*espace objet* situé en avant de la face d'entrée, l'*espace image* situé en arrière de la face de sortie. Pour un miroir, l'espace objet et l'espace image sont géométriquement confondus.

2.1.5 Réalité et virtualité

2.1.5.1 faisceau lumineux

Un rayon *incident* se dirige vers la face d'entrée, alors qu'un rayon *émergent* quitte la face de sortie.

Il existe trois types de faisceau qui sont représentés sur les figures 2.2, 2.3, 2.4.

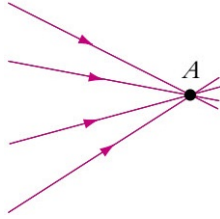


FIGURE 2.2 – Faisceau convergent

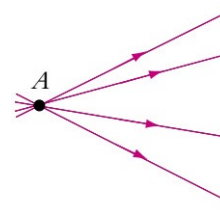


FIGURE 2.3 – Faisceau divergent

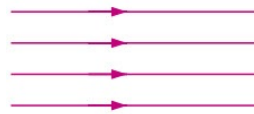


FIGURE 2.4 – Faisceau parallèle

Un faisceau est :

- ❑ *convergent* si tous les rayons convergent vers un même point ;
- ❑ *divergent* si tous les rayons sont issus d'un même point ;
- ❑ *parallèle* si tous les rayons sont parallèles entre eux. Dans ce cas les rayons sont issus d'un point à l'infini et vont converger vers un point lui aussi à l'infini.

2.1.6 Objet réel ou virtuel, image réelle ou virtuelle

Si le faisceau incident diverge à partir d'un point A situé dans l'espace objet, on dit que A est un **objet réel**. Si, par contre, le faisceau diverge à partir d'un point A qui n'est pas situé dans l'espace objet, A est un **objet virtuel**.

De la même façon, si le faisceau émergent converge vers un point A' de l'espace image, A' est une **image réelle**. Sinon, A' est une **image virtuelle**. Les quatre cas possibles d'objet et d'image sont récapitulés sur les figures 2.5 à 2.8.

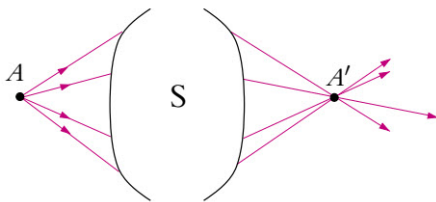


FIGURE 2.5 – Faisceau convergent

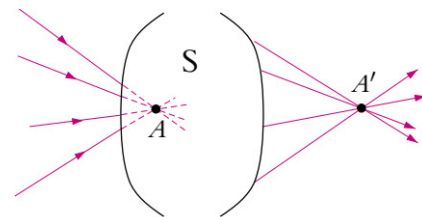


FIGURE 2.6 – Faisceau divergent

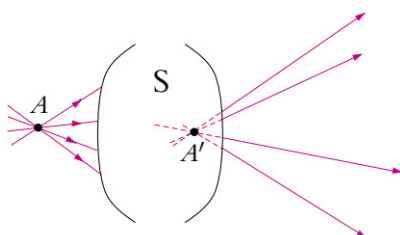


FIGURE 2.7 – Faisceau convergent

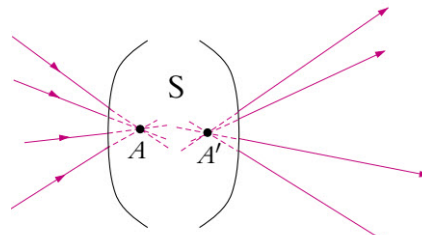


FIGURE 2.8 – Faisceau divergent

Qu'en est-il d'un objet virtuel ou d'une image virtuelle ? Tout le monde a déjà utilisé une loupe ou observé les yeux d'un interlocuteur qui porte des lunettes. Dans ces cas, l'observateur a l'impression de voir des objets derrière la loupe ou derrière les lunettes. La figure 2.9 représente le cas de la loupe. Les rayons issus de l'objet réel A sont déviés par la loupe. Après la loupe, le faisceau semble issu de A' qui est l'image de A par la loupe. *Cette image est virtuelle car ce ne sont pas les rayons mais leur prolongement qui passent réellement par A'* . Cependant pour l'œil qui observe, les rayons semblent provenir de A' et non de A : il verra un objet en A' .

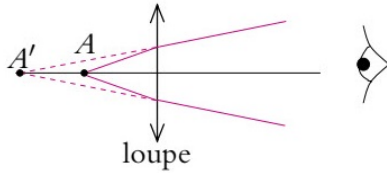


FIGURE 2.9 – Loupe

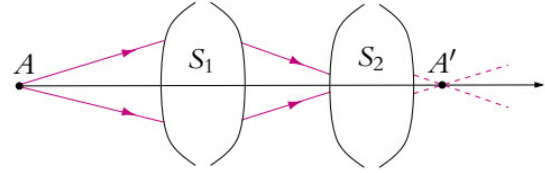


FIGURE 2.10 – Formation d'un objet virtuel

Comment fabriquer un objet virtuel ? Pour cela, il faut obtenir une image réelle A' d'un objet A avec un premier système optique (S_1), puis interposer un deuxième système optique (S_2) entre A' et (S_1). Alors A' est un objet virtuel pour (S_2) comme cela est représenté sur la figure 2.10.

Si le faisceau est parallèle, cela revient à rejeter l'objet ou l'image à l'infini.

2.2 Lois de Descartes

2.2.1 Réflexion

La **réflexion** consiste en un brusque changement de direction de la lumière incidente qui, après avoir rencontré une surface réfléchissante, revient dans son milieu de propagation initial.

Si la surface réfléchissante est en métal poli, on parle de réflexion métallique.

Le point I où le rayon incident rencontre la surface est appelé *point d'incidence*. Le plan contenant le rayon incident et la normale à la surface au point I est appelé *plan d'incidence* (voir figure 2.11)

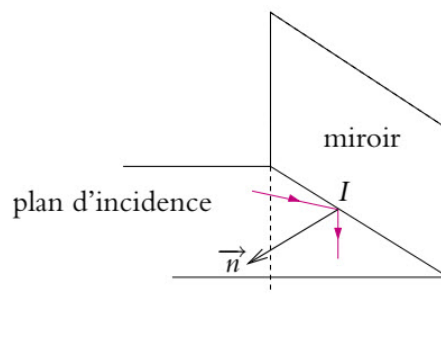


FIGURE 2.11 – Réflexion sur un miroir

Les lois de la réflexion sont les suivantes :

1. le rayon réfléchi est dans le plan d'incidence,
2. les angles d'incidence i et de réflexion r sont tels que :

$$r = -i$$

Étant donné que les rayons incident et réfléchi sont dans le même plan, on a l'habitude de ne représenter que ce plan (voir figure 2.12). Il faut *choisir un sens d'orientation* pour les angles qui sont des grandeurs algébriques. *Il faut absolument orienter les angles i et r à partir de la normale au miroir.*

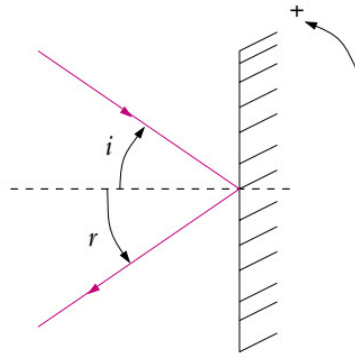


FIGURE 2.12 – Représentation de la réflexion dans le plan d'incidence

2.2.2 Réfraction

La **réfraction** consiste en un brusque changement de direction de la lumière incidente qui, après avoir rencontré une surface dite *réfractante* ou *réfringente*, se propage dans un milieu différent de son milieu de propagation initial. On appellera n_1 l'indice de réfraction du milieu initial (dit aussi milieu incident) et n_2 l'indice du milieu final.

2.2.2.1 Lois de la réfraction

On définit le plan d'incidence comme au paragraphe précédent. Les lois de la réfraction ont été établies par W. Snell (physicien hollandais) en 1621 ; R. Descartes les a retrouvées en 1637, avec celles de la réflexion, si bien qu'elles sont connues en France sous le nom de lois de Descartes. Elles sont les suivantes :

1. le rayon réfracté est dans le plan d'incidence,
2. les angles d'incidence i_1 et de réfraction i_2 sont tels que :

$$n_1 \sin i_1 = n_2 \sin i_2$$

Étant donné que les rayons incident et réfracté sont dans le plan d'incidence, les schémas se font dans ce plan (voir figures 2.13 et 2.14). Comme précédemment, les angles sont orientés à partir de la normale.

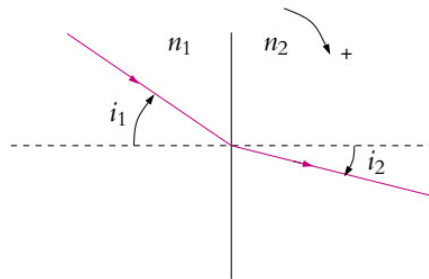


FIGURE 2.13 – Réfraction avec un milieu (2) plus réfringent

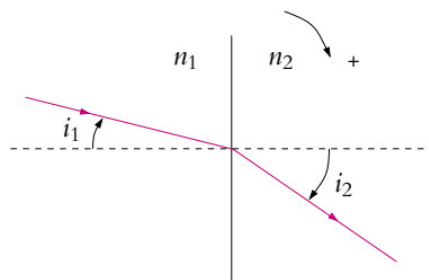


FIGURE 2.14 – Réfraction avec un milieu (2) moins réfringent

Si $n_2 > n_1$, on dit que le milieu (2) est plus réfringent que le milieu (1). Dans ce cas, le rayon réfracté se rapproche de la normale (voir figure 2.13)

Si $n_2 < n_1$, on dit que le milieu (2) est moins réfringent que le milieu (1). Dans ce cas, *le rayon réfracté s'écarte de la normale* (voir figure 2.14)

2.2.2.2 Réflexion totale et incidence limite

Le rayon réfléchi existe toujours ; en revanche, si le rayon se propage d'un milieu vers un autre milieu moins réfringent, il existe un angle d'incidence limite i_L tel que :

$$\sin i_L = \frac{n_2}{n_1} \quad \text{si } (n_1 > n_2)$$

Pour un angle d'incidence supérieur à i_L , il y a **réflexion totale**. La surface sur laquelle il y a réflexion totale constitue *un miroir parfait*.

Tant que l'angle d'incidence i_1 est inférieur à i_L , une petite fraction de lumière est réfléchie et la plus grande partie est transmise au second milieu. Si l'angle d'incidence atteint l'angle limite i_L , l'angle de réfraction i_2 atteint $\frac{\pi}{2}$ et l'intensité du rayon réfracté tend vers zéro.

Si les angles sont faibles, on peut confondre le sinus et la valeur de l'angle en radians. La loi de **Snell-Descartes** prend alors la forme approchée, dite **Loi de Kepler** :

$$n_1 i_1 \approx n_2 i_2$$

2.2.2.3 Réfraction limite

Dans le cas où ($n_2 > n_1$), le rayon se rapproche de la normale donc le problème de la réflexion totale ne se pose pas. Les angles i_1 et i_2 vérifient $i_2 < i_1$: la valeur maximale de i_2 correspond à $i_1 = \frac{\pi}{2}$ et $\sin i_{2,\max} = \frac{n_1}{n_2}$. Le rayon émergent est contenu dans un cône de sommet le point d'incidence, de demi-angle au sommet $i_{2,\max}$, appelé *cône de réfraction* (voir figure 2.15)

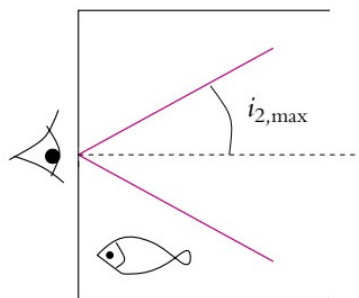


FIGURE 2.15 – Cône de réfraction

Ainsi, si on imagine un aquarium sur lequel on a placé un cache percé d'un petit trou, on ne peut voir à travers ce trou que ce qui se trouve à l'intérieur du cône de réfraction. On ne voit pas, par exemple, le poisson de la figure 2.15

Remarques :

- Lorsque l'angle d'incidence est égal à $\frac{\pi}{2}$, on parle d'incidence rasante. Dans la réalité, l'angle est légèrement inférieur à $\frac{\pi}{2}$, sinon la lumière ne pourrait pas traverser le dioptre.
- Par retour inverse de la lumière, $i_{2,\max}$ devient i_L

2.2.3 Construction de Descartes

Il s'agit d'une méthode de construction précise des rayons réfractés représentée sur la figure 2.16. On cherche à exprimer géométriquement la relation de Descartes.

On trace deux cercles concentriques de centre I (point d'incidence), de rayon $R_1 = n_1$ et $R_2 = n_2$, n_1 et n_2 correspondant aux indices des deux milieux. En fait, les rayons R_1 et R_2 des cercles doivent simplement être dans le rapport des indices.

On trace le rayon incident passant par I et faisant l'angle i_1 avec la normale. On prolonge ce rayon jusqu'à

l'intersection avec le cercle de rayon n_1 , au point K . La projection de K sur le dioptre donne le point H . Si on trace la parallèle à la normale passant par H , elle croise le cercle de rayon n_2 en K' . Les points K et K' sont tels que $n_1 \sin i_1 = n_2 \sin i_2$ donc IK' représente le rayon réfracté.

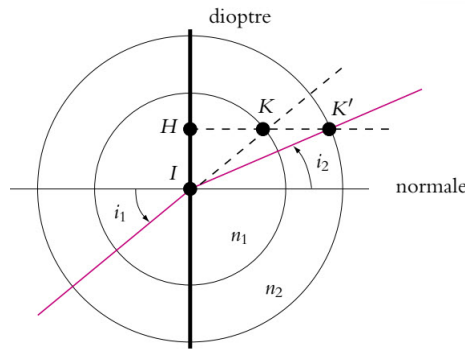


FIGURE 2.16 – Cône de réfraction

2.3 Cas des milieux stratifiés. Mirages

2.3.1 Réfraction dans un milieu stratifié

Un milieu stratifié est un empilement de plans d'indice différent (voir figure 2.17). Sur la figure, on a choisi des indices croissant vers le bas, soit $n_1 > n_6$. Un rayon partant du bas et arrivant sur le premier dioptre avec l'angle d'incidence i_1 est réfracté avec l'angle $i_2 > i_1$ puisque $n_1 > n_2$.

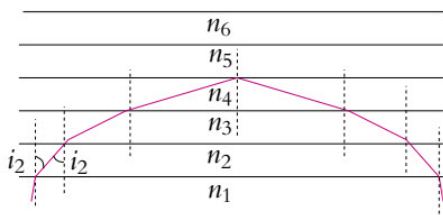


FIGURE 2.17 – Milieu stratifié

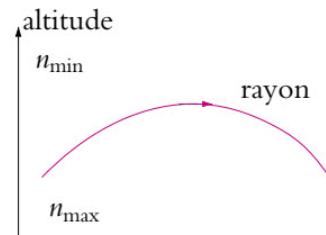


FIGURE 2.18 – Milieu continu

Ainsi, à chaque passage de dioptre le rayon s'écarte de la normale jusqu'à ce qu'il y ait réflexion totale sur l'un des dioptres. Le rayon repart alors vers le bas. La trajectoire de la lumière est alors formée de segments de droites dont l'ensemble a sa concavité tournée vers les indices croissants (ici vers le bas).

Dans un milieu stratifié composé de plans, les rayons vérifient :

$$n \sin i = \text{constante}$$

Ainsi, dans un milieu dont l'indice croît vers le bas, on obtient le trajet lumineux de la figure 2.18. L'atmosphère étant moins dense en haute altitude, l'indice de réfraction décroît avec l'altitude selon la loi de Gladstone $n - 1 = k\rho$, où n est l'indice de l'air, k une constante et ρ la masse volumique. On se trouve donc dans la situation de la figure 2.18.

Lorsque le Soleil est sous l'horizon, il arrive qu'on observe une parcelle d'image verte du Soleil alors que l'image rouge moins déviée est complètement en dessous de l'horizon (voir figure 2.20). Ce phénomène est appelé le *rayon vert*.

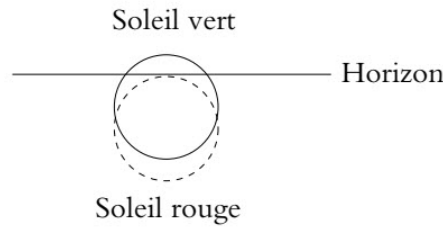


FIGURE 2.19 – Rayon vert

2.3.2 Mirages

Le **mirage** est un phénomène optique dû à la déviation des faisceaux lumineux par des superpositions de couches d'air de températures différentes. En fait, il s'agit d'une propagation anormale de la lumière dans une atmosphère où la température, la pression et l'humidité ne varient pas verticalement selon la normale. La déviation de ces rayons donne alors l'impression que l'objet que l'on regarde est à un endroit autre que son emplacement réel, et peut déformer l'image observée. On distingue deux types de mirage : le mirage inférieur, qui se manifeste au-dessus d'étendues d'eau, de sols, de plages, de routes, etc., surchauffés par l'insolation, et le mirage supérieur, qui s'observe au-dessus de champs de neige, de mers froides, etc.

Le *mirage inférieur* le plus courant est celui que l'on observe au-dessus d'une route surchauffée ou d'un désert et qui donne l'impression que la surface est recouverte d'eau. Ce phénomène est causé par la réfraction vers le haut de la lumière provenant du ciel clair en direction de l'observateur (voir figure 2.20)

Un *mirage supérieur* s'observe au-dessus d'une surface plane dont la température est nettement inférieure à celle de l'air ambiant. La lumière provenant des objets est déviée vers le bas en direction de l'observateur, ce qui donne l'impression que les objets distants se trouvent plus haut que leur position réelle.

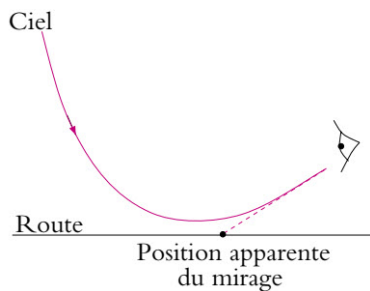


FIGURE 2.20 – Mirage inférieur

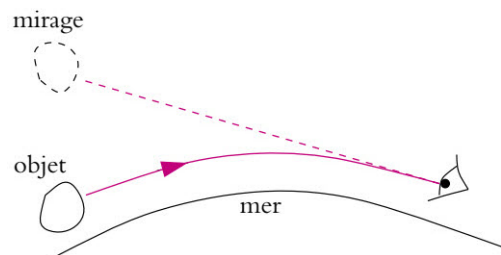


FIGURE 2.21 – Mirage supérieur

Chapitre 3

Stigmatisme et aplanétisme. Dioptries et miroirs

3.1 Stigmatisme, aplanétisme et conditions de Gauss

3.1.1 Définitions

3.1.1.1 Stigmatisme

Stigmatisme rigoureux : Le système (S) est rigoureusement stigmatique pour un couple de points A et A' si tous les rayons issus de A passent *exactement* par A' après avoir traversé (S).

On dit que :

- A' est l'*image* de A par le système optique
- A et A' sont *conjugués* par le S.O.
- A' est le *conjugué* de A par le S.O

Stigmatisme approché : Le système (S) présente un stigmatisme approché pour un couple de points A et A' si tous les rayons issus de A passent *au voisinage* de A' après avoir traversé (S).

Dans ce cas, l'image de A est une « petite tache » centrée sur A' et on dit que A et A' sont *conjugués* au sens du *stigmatisme approché*.

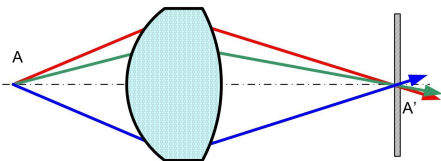


FIGURE 3.1 – Cas d'une image réelle

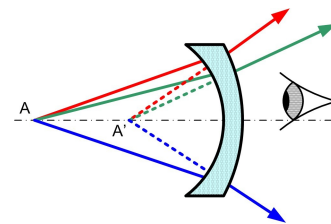


FIGURE 3.2 – Cas d'une image virtuelle

Remarques :

- L'application du principe du retour inverse montre immédiatement que si A' est le point objet et si on inverse le sens de la marche de la lumière, A sera l'image rigoureusement stigmatique de A' .
- Le stigmatisme rigoureux est très rarement réalisé. À l'exception du miroir plan, tous les systèmes que nous allons étudier ne sont pas rigoureusement stigmatiques pour une position quelconque du point objet.
- On peut en général se contenter du stigmatisme approché : les systèmes optiques sont presque toujours utilisés dans des conditions de stigmatisme approché pour chacun des points du couple objet-image

3.1.1.2 Aplanétisme

Soit un système optique possédant un axe de symétrie appelé axe optique, il est dit **rigoureusement aplanétique** si pour tout petit objet ABC plan et perpendiculaire à l'axe optique a une image plane et

perpendiculaire à l'axe optique.

En pratique, il y a **aplanétisme approché** pour les petits objets proches de l'axe optique de tout système centré.

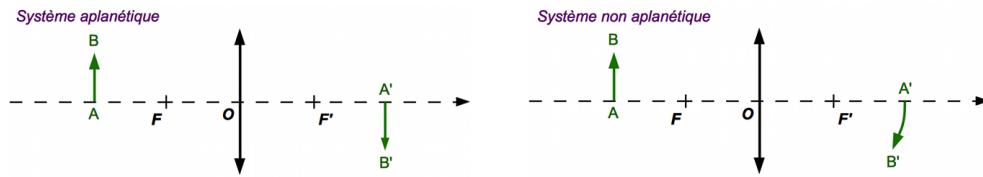


FIGURE 3.3 – Aplanétisme

3.1.2 Notion de foyer

Soit un objet très éloigné de (S), situé sur l'axe : il est dit « à l'infini ». Son image à travers (S) est appelée **foyer image** F' et se trouve sur l'axe optique. Le plan transverse contenant F' est appelé **plan focal image** (voir figure 3.4). Réciproquement, le **foyer objet** F est le point de l'axe optique dont l'image est rejetée à l'infini sur l'axe (voir figure 3.5). Le plan transverse contenant F est appelé **plan focal objet**.

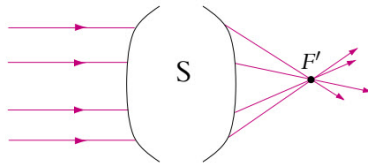


FIGURE 3.4 – Foyer image

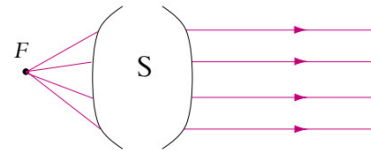


FIGURE 3.5 – Foyer objet

Soit un objet très éloigné, hors de l'axe optique. On a déjà signalé que les rayons incidents étaient parallèles entre eux mais pas forcément parallèles à l'axe optique. Pour un système aplanétique, l'image sera dans le même plan que l'image d'un objet à l'infini sur l'axe, donc dans le plan focal image. Le point image F'_S est alors appelé **foyer image secondaire** (voir figure 3.6).

De même, un point F_S du plan focal objet, dit **foyer objet secondaire**, donnera une image à l'infini hors de l'axe (voir figure 3.7).

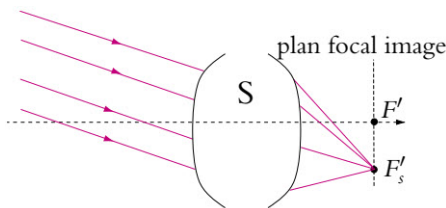


FIGURE 3.6 – Foyer image secondaire

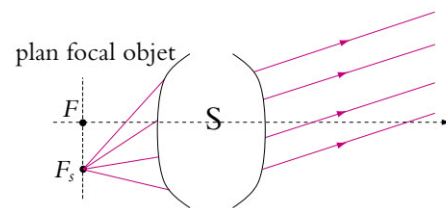


FIGURE 3.7 – Foyer objet secondaire

3.1.3 Conditions de Gauss, optique paraxiale

Les approximations permettant d'avoir stigmatisme et aplanétisme approchés sont appelées **conditions de Gauss**. Elles sont au nombre de trois mais deux seulement sont nécessaires, la troisième est une conséquence des deux autres :

1. Les rayons lumineux font un angle petit avec l'axe du système. On parle de *rayons paraxiaux*
2. Les rayons rencontrent les dioptrés ou les miroirs au voisinage de leur sommet situé sur l'axe optique si le système est centré
3. L'angle d'incidence des rayons sur les dioptrés ou les miroirs est petit.

Cela signifie aussi que l'objet et l'image ne doivent pas être de taille trop grande.

Pour obtenir des images de bonne qualité (c'est à dire pour réaliser le stigmatisme approché et l'aplanétisme approché) le système optique doit être éclairé dans les conditions d'approximation de Gauss

3.2 Les miroirs

3.2.1 Le miroir sphérique

3.2.1.1 Présentation

Un **miroir sphérique** est une portion de sphère réfléchissante. Il existe deux types de miroirs : le miroir *concave* (voir figure 3.7) et le miroir *convexe* (voir figure 3.8)

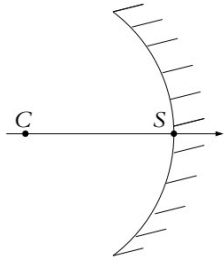


FIGURE 3.8 – Miroir concave

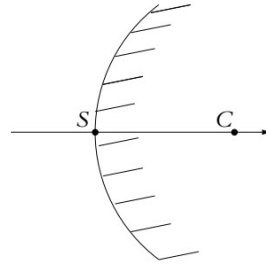


FIGURE 3.9 – Miroir convexe

On définit :

- le *centre* du miroir C qui est le centre de la sphère ;
- le *sommet* du miroir S qui est l'intersection du miroir avec l'axe optique ;
- le rayon algébrique du miroir $R = \overline{SC}$. Pour un miroir concave $R = \overline{SC} < 0$. Pour un miroir convexe $R = \overline{SC} > 0$.

Un miroir sphérique n'est pas rigoureusement stigmatique (sauf pour le point C).

Le miroir plan est un cas particulier du miroir sphérique pour lequel le rayon est infini.

3.2.1.2 Stigmatisme et aplanétisme approché

Les miroirs sphériques réalisent le stigmatisme et l'aplanétisme approché dans les conditions de Gauss (voir figure 3.10)

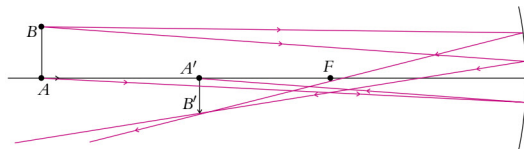


FIGURE 3.10 – Aplanétisme approché d'un miroir sphérique

On définit la distance focale objet f par $f = \overline{SF}$ et la distance focale image f' par $f' = \overline{SF'}$. Ces deux grandeurs sont égales et valent :

$$f = f' = \frac{\overline{CS}}{2}$$

Dans le cas des miroirs sphériques on remarquera que les foyers objet et image sont confondus (voir figure 3.11 à 3.12)

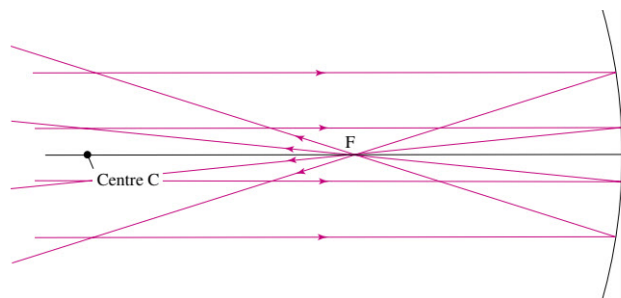


FIGURE 3.11 – Foyer d'un miroir sphérique

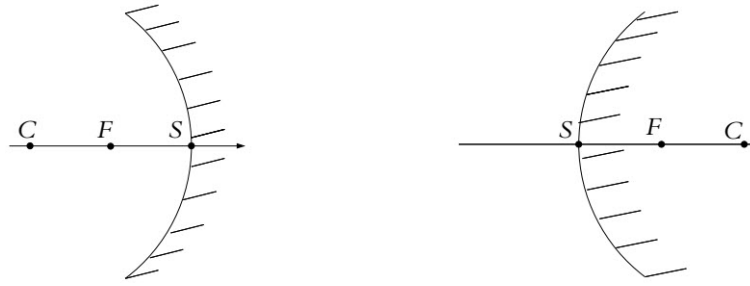


FIGURE 3.12 – Position des foyers d'un miroir sphérique

La **vergence**, exprimée en *dioptrie* δ , est définie par l'inverse de la distance focale :

$$V = \frac{1}{f}$$

3.2.1.3 Quelques règles de construction préliminaires

À partir des propriétés énoncées dans les paragraphes précédents, on va établir des règles de construction permettant de déterminer les positions des objets et des images ainsi que les grandissements (voir figure 3.13)

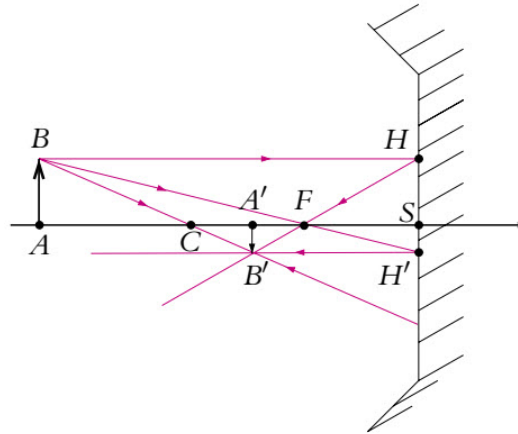


FIGURE 3.13 – Construction d'une image par un miroir concave

On se sert de trois règles de construction qui seront revues plus en détail dans la suite du chapitre :

- ❑ un rayon passant par le centre du miroir n'est pas dévié puisqu'il frappe le miroir selon la normale ;
- ❑ un rayon incident parallèle à l'axe donne un rayon réfléchi passant par le foyer image ;
- ❑ un rayon incident passant par le foyer objet donne un rayon réfléchi parallèle à l'axe.

Ces trois règles permettent d'effectuer la construction de l'image $A'B'$ de l'objet AB sur la figure 3.13

3.2.1.4 Relations avec origine aux foyers, dites relations de Newton

La relation de conjugaison avec origine aux foyers s'écrit (voir figure 3.13) :

$$\overline{FA} \overline{FA'} = \overline{FS}^2 = f^2 = ff'$$

3.2.1.5 Relation avec origine au centre

Pour obtenir le **grandissement** $\gamma = \frac{\overline{A'B'}}{\overline{AB}}$, il suffit d'appliquer la relation de Thalès dans les triangles CAB et $CA'B'$ (voir figure 3.13). On obtient :

$$\gamma = \frac{\overline{A'B'}}{\overline{AB}} = \frac{\overline{CA'}}{\overline{CA}}$$

La relation de conjugaison avec origine au centre C s'écrit :

$$\frac{1}{\overline{CA}} + \frac{1}{\overline{CA'}} = \frac{2}{\overline{CS}}$$

Remarque : D'après la relation précédente, on remarque que les points S et C sont leur propre image par le miroir.

3.2.1.6 Relation avec origine au sommet

La relation de conjugaison avec origine au sommet s'écrit :

$$\frac{1}{\overline{SA}} + \frac{1}{\overline{SA'}} = \frac{2}{\overline{SC}}$$

Dans cette configuration, le grandissement γ se calcule par :

$$\gamma = \frac{\overline{A'B'}}{\overline{AB}} = -\frac{\overline{SA'}}{\overline{SA}}$$

Tableau récapitulatif des relations de conjugaison et grandissement (transversal) :

	Origine au sommet	Origine au foyer	Origine au centre
Relation de conjugaison	$\frac{1}{\overline{SA}} + \frac{1}{\overline{SA'}} = \frac{2}{\overline{SC}}$	$\overline{FA} \times \overline{FA'} = f^2$	$\frac{1}{\overline{CA}} + \frac{1}{\overline{CA'}} = \frac{2}{\overline{SC}}$
Grandissement $\gamma = \frac{\overline{A'B'}}{\overline{AB}}$	$-\frac{\overline{SA'}}{\overline{SA}}$	$-\frac{f}{\overline{FA}} = -\frac{\overline{F'A'}}{f'}$	$\frac{\overline{CA'}}{\overline{CA}}$

3.2.1.7 Constructions géométriques dans les conditions de Gauss

On revient dans ce paragraphe sur les méthodes de construction permettant de déterminer les positions des images et des rayons réfléchis dans les conditions de Gauss.

Pour une construction précise, les idées de base sont les suivantes :

1. un rayon passant par le centre n'est pas dévié ;
2. un rayon incident parallèle à l'axe (ou son prolongement) passe après réflexion par le foyer image ;
3. un rayon incident (ou son prolongement) passant par le foyer objet est, après réflexion, parallèle à l'axe ;
4. deux rayons incidents parallèles donnent des rayons réfléchis qui, eux ou leurs prolongements, se croisent dans le plan focal image ;
5. deux rayons incidents qui, eux ou leurs prolongements, se croisent dans le plan focal objet donnent des rayons réfléchis parallèles entre eux.

Remarques :

- On exagère sur le schéma les dimensions perpendiculaires à l'axe pour la clarté de ces dessins si bien que les lois de Descartes ne semblent plus vérifiées.
- On utilise en général trois rayons pour effectuer les constructions. En fait, deux suffisent mais le troisième confirme la construction

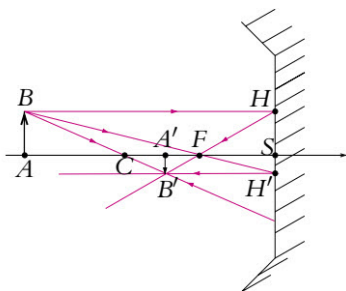
Sur toutes les constructions, les données sont représentées en gras alors que ce qui est obtenu par construction est représenté en trait fin. D'autre part, il est toujours plus clair, quand on peut le faire, d'utiliser des couleurs différentes pour les rayons.

Il faut bien respecter les conventions : les objets et images virtuelles sont représentés en pointillés ainsi que les prolongements des rayons.

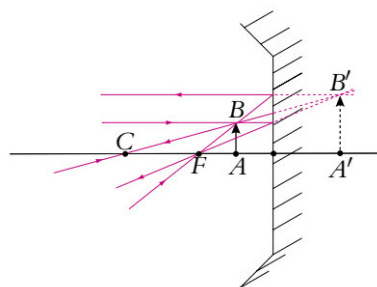
Tableau récapitulatif des constructions

Construction d'une image correspondant à un objet

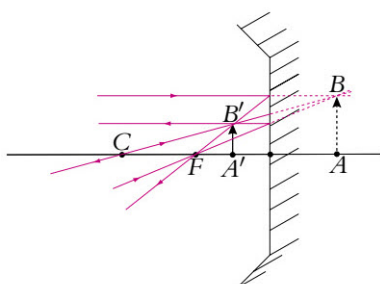
Construction de l'image d'un objet réel situé avant le foyer objet par un miroir concave



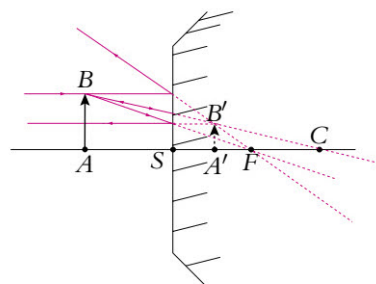
Construction de l'image d'un objet réel situé entre le foyer objet et le sommet par un miroir concave



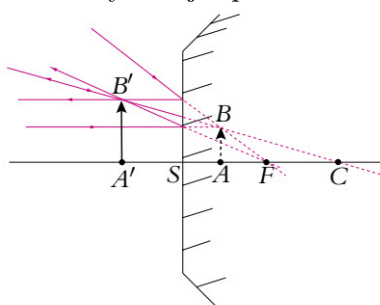
Construction de l'image d'un objet virtuel situé après le sommet par un miroir concave



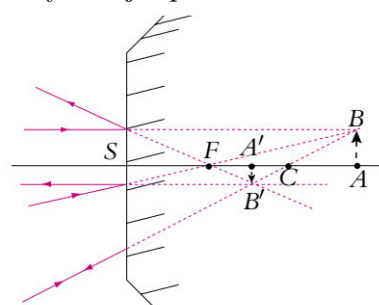
Construction de l'image d'un objet réel situé avant le sommet par un miroir convexe



Construction de l'image d'un objet virtuel situé entre le sommet et le foyer objet par un miroir convexe

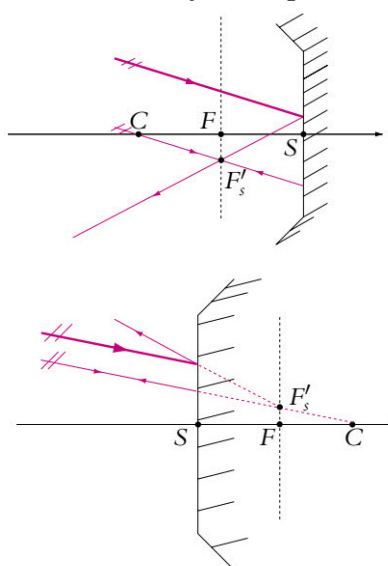


Construction de l'image d'un objet virtuel situé après le foyer objet par un miroir convexe

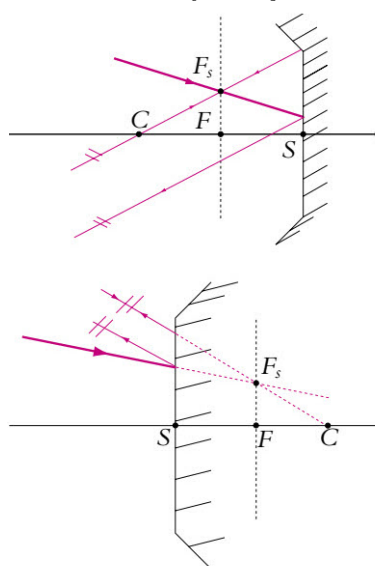


Construction d'un rayon réfléchi correspondant à un incident donné

Utilisation d'un foyer image secondaire



Utilisation d'un foyer objet secondaire



3.2.1.8 Complément : relation de Lagrange-Helmholtz

Il s'agit d'établir une relation entre les tailles des objets et des images et les angles que font les rayons avec l'axe. On utilise pour cela les notations de la figure 3.14.

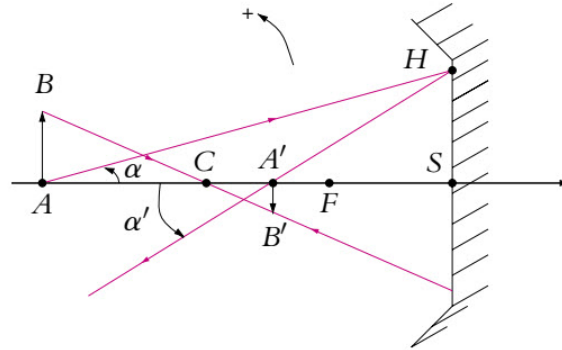


FIGURE 3.14 – Relation de Lagrange-Helmholtz d'un miroir.

La relation de Lagrange-Helmholtz s'écrit :

$$\alpha \overline{AB} = -\alpha' \overline{A'B'}$$

On définit le grossissement (ou grandissement angulaire) par $G = \frac{\alpha'}{\alpha}$. On peut déduire de la relation de Lagrange-Helmholtz une relation entre le grandissement et le grossissement :

$$G = \frac{\alpha'}{\alpha} = -\frac{\overline{AB}}{\overline{A'B'}} = -\frac{1}{\gamma}$$

ou encore :

$$G\gamma = -1$$

3.2.2 Miroir plan

3.2.2.1 Image d'un point objet par un miroir plan

Un **miroir plan** est une surface réfléchissante plane. Comme chacun sait, on « se voit » dans un miroir. L'optique géométrique explique cette constatation en termes de rayons lumineux

3.2.2.2 Image par un miroir plan d'un point objet réel

Un **point objet réel** est un point d'où partent les rayons lumineux qui arrivent sur un système optique.

On considère un point objet réel A situé devant un miroir plan. Un observateur reçoit les rayons lumineux issus de A après qu'ils ont été réfléchis par un miroir (voir figure 3.15). La loi de la réflexion fait que ces rayons semblent provenir du point A' symétrique de A par rapport au plan du miroir (voir figure 3.15)

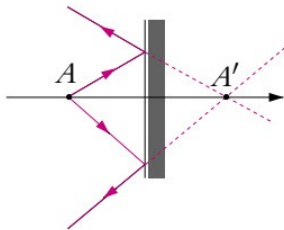


FIGURE 3.15 – Image d'un objet réel par un miroir plan

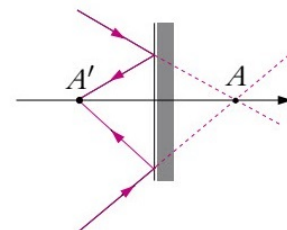


FIGURE 3.16 – Image d'un objet virtuel par un miroir plan

3.2.2.3 Image par un miroir plan d'un point objet virtuel

Un **point objet virtuel** A est un point vers lequel convergent les rayons lumineux arrivant sur un système optique. Le prolongement des rayons au delà de la surface du système passe par A (voir figure 3.16).

3.2.2.4 Image d'un objet par un miroir plan

Un **point image réel** est un point par lequel passent les rayons lumineux sortant d'un système optique. En plaçant un écran perpendiculaire aux rayons en A on voit un point lumineux net. Une image réelle peut être recueillie sur un écran.

Un miroir plan donne de tout objet **une image symétrique par rapport au plan du miroir**.

Le *grandissement* d'un miroir plan est égal à 1.

Le miroir plan est rigoureusement aplanétique pour tout point de l'espace et c'est le seul système optique qui vérifie cette propriété.

3.3 Les dioptries

3.3.1 Étude du dioptré sphérique dans l'approximation de Gauss

On appelle **dioptré sphérique** une surface sphérique de centre C et de rayon r séparant un milieu d'indice n d'un milieu d'indice n' . Dans l'approximation de Gauss, un dioptré est en fait limité à une calotte de *sommet* S . L'axe CS s'appelle *axe principal* du dioptré et le rayon de courbure r est défini comme $r = \overline{SC}$

3.3.1.1 Dioptries convexe ou concave

Un dioptré sphérique est soit convexe soit concave (voir figure 3.17). ces deux configurations géométriques signent le signe du rayon de courbure :

- ❑ Si la lumière rencontre une surface bombée, le dioptré est dit **convexe** et son rayon de courbure $r > 0$
- ❑ Si la lumière rencontre une surface en creux, le dioptré est dit **concave** et son rayon de courbure $r < 0$

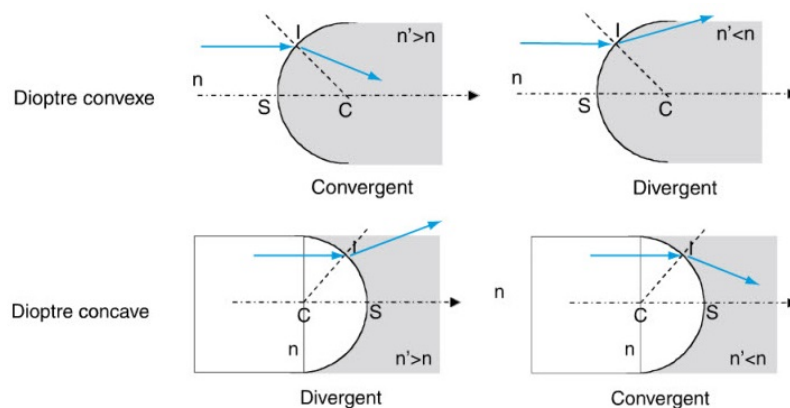


FIGURE 3.17 – Les quatre configurations possible d'un dioptré sphérique

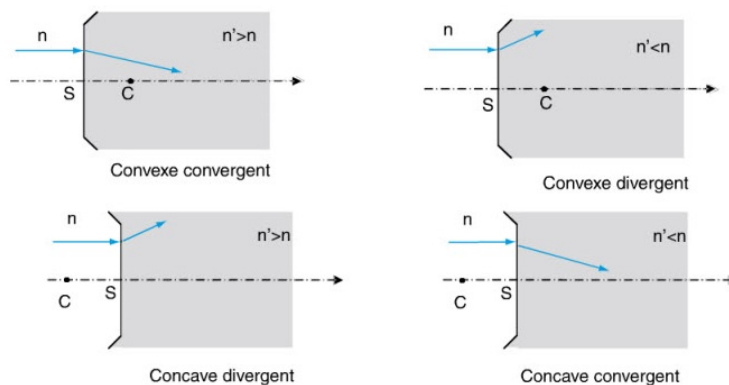


FIGURE 3.18 – Les quatre configurations dans l'approximation de Gauss

3.3.1.2 Dioptre convergent ou divergent

Dans un dioptre sphérique **convergent**, le rayon, après traversée du dioptre *se rapproche de l'axe optique*. Au contraire, dans un dioptre **divergent**, il s'en éloigne (voir figure 3.17).

Si un dioptre convexe est composé d'un deuxième milieu plus réfringent que le premier ($n < n'$) il est convergent, sinon ($n > n'$), il est divergent.

Si un dioptre concave est composé d'un deuxième milieu plus réfringent que le premier ($n < n'$) il est divergent, sinon ($n > n'$), il est convergent.

3.3.1.3 La relation de conjugaison et la vergence du dioptre

Les relations de conjugaison sont les formules permettant de connaître la position et la grandeur d'une image lorsque l'on connaît la position et la grandeur de l'objet.

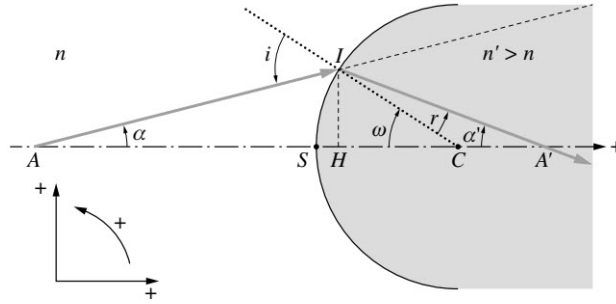


FIGURE 3.19 – Étude de la marche d'un rayon pour un dioptre sphérique convexe convergent

Dans le cadre de l'approximation de Gauss, les angles définis sur la figure 3.19 (α , α' et ω) sont petits; au lieu de la relation de **Snell-Descartes**, on utilisera donc la loi de Kepler.

Dans les triangles IAC et ICA' , on écrit que la somme des angles orientés est égale à π :

- dans IAC $\alpha + \pi - i + (-\omega) = \pi$ d'où $i = \alpha - \omega$
- dans ICA' $-\alpha' + r + \pi - (-\omega) = \pi$ d'où $r = \alpha' - \omega$

La relation de **Snell-Descartes** écrite au point I et réduite à l'équation de Kepler devient :

$$n(\alpha - \omega) = n'(\alpha' - \omega)$$

Dans le cadre de l'approximation des petits angles, on peut confondre H et S et assimiler les tangentes aux angles correspondants :

$$\begin{aligned}\alpha &\approx \tan \alpha = \frac{\overline{HI}}{\overline{AH}} = \frac{\overline{HI}}{\overline{AS}} = \frac{\overline{HI}}{-p} \\ \alpha' &\approx \tan \alpha' = \frac{\overline{HI}}{\overline{A'H}} = \frac{\overline{HI}}{\overline{A'S}} = \frac{\overline{HI}}{-p'} \\ \omega &\approx \tan \omega = \frac{\overline{HI}}{\overline{CH}} = \frac{\overline{HI}}{\overline{CS}} = \frac{\overline{HI}}{-r}\end{aligned}$$

On remplace α , α' et ω par ces valeurs dans la loi de Kepler qui devient, après simplification :

$$\frac{n'}{p} - \frac{n}{p} = \frac{n' - n}{r}$$

Cette relation fondamentale qui relie les positions d'un objet A et de son image A' est appelée la **relation de conjugaison du dioptre sphérique**. On peut la réécrire sous la forme suivante :

$$\frac{n}{\overline{SA}} - \frac{n'}{\overline{SA}} = \frac{n' - n}{\overline{SC}}$$

L'universalité de cette formule est vérifiée dans pour un dioptre convexe divergent (voir figure 3.20).

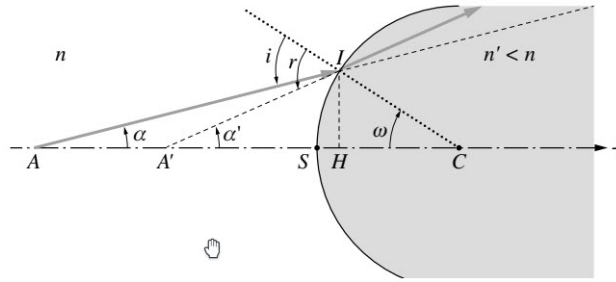


FIGURE 3.20 – Étude de la marche d'un rayon à travers un dioptre sphérique convexe divergent

Les angles α , α' et ω sont également orientés de façon arbitraire (voir figure 3.20) et l'on travaille dans l'approximation de Gauss. Dans les triangles AIA' et $A'IC$, on écrit que la somme des angles orientés est égale à π :

- dans AIA' $\alpha + \pi - \alpha' + r - i = \pi$ d'où $\alpha - \alpha' = i - r$
- dans $A'IC$ $\alpha' + \pi - r + (-\omega) = \pi$ d'où $\alpha' - \omega = r$

On a donc $i = \alpha - \omega$; on peut écrire au point I que $n(\alpha - \omega) = n'(\alpha - \omega)$. Cette relation est identique à celle obtenue ci-dessus pour le dioptre convergent, ce qui va conduire au même résultat final, c'est-à-dire à la même relation de conjugaison.

La relation de conjugaison avec origine au sommet peut s'écrire sous la forme :

$$\frac{n'}{p'} - \frac{n}{p} = \frac{n' - n}{r} = \Phi \quad \text{ou} \quad \frac{n'}{\overline{SA'}} - \frac{n}{\overline{SA}} = \frac{n' - n}{\overline{SC}}$$

On dit que l'objet A et son image A' sont *conjugués* l'un de l'autre. La quantité $\Phi = \frac{n' - n}{r}$ s'appelle **vergence** du dioptre. On l'appelle parfois puissance. Son unité est la **dioptrie** égale à 1 m^{-1} et notée δ . La vergence est positive pour un dioptre convergent, négative pour un dioptre divergent.

On peut appliquer cette relation à tout dioptre sphérique, le dioptre plan n'étant qu'un dioptre sphérique de rayon de courbure infini.

On obtient finalement la relation de conjugaison du dioptre plan, valable en approximation de Gauss :

$$p' = \frac{n'}{n} p \quad \text{ou} \quad \overline{SA'} = \frac{n'}{n} \overline{SA}$$

3.3.1.4 Calcul des distances focales

Si l'image A' est rejetée à l'infini, la distance $\overline{SA'} = p'$ tend vers l'infini et, par définition, A tend vers F . la relation de conjugaison nous donne alors la distance focale objet f qui correspond à la valeur de p :

$p' \rightarrow \infty$ donne $-\frac{n}{p} = \frac{n' - n}{r}$ d'où $f = p = -\frac{nr}{n' - n}$, soit :

$$f = \overline{SF} = -r \frac{n}{n' - n} = -\frac{n}{\Phi}$$

Pour définir le foyer image F' , c'est l'objet qui s'éloigne à très grande distance du dioptre et A' qui tend vers F' . La distance p tendant vers l'infini, la relation de conjugaison nous donne alors :

$p \rightarrow \infty$ donne $\frac{n'}{p'} = \frac{n' - n}{r}$ d'où $f' = p' = \frac{n'r}{n' - n}$, soit :

$$f' = \overline{SF'} = r \frac{n'}{n' - n} = -\frac{n'}{\Phi}$$

On peut remarquer que les distances focales image et objet sont liées par la relation fondamentale :

$$\frac{f'}{f} = -\frac{n'}{n} = -n_r$$

Elles sont donc toujours de signe opposé : F et F' sont toujours situés de part et d'autre du sommet du dioptre sphérique.

Enfin, si l'on considère un dioptre plan comme la limite d'une sphère dont le rayon tend vers l'infini, on peut calculer ses distance focales objet et image et montrer qu'elles sont infinies.

Les deux foyers d'un dioptré ne sont donc jamais symétriques par rapport au sommet S . Pour un dioptré convergent, $f' > 0$; F' est à droite du sommet du dioptré sphérique et F à gauche. Pour un dioptré divergent au contraire, $f' < 0$; F' est à gauche du sommet et F à droite. Les plans perpendiculaires à l'axe principal passant par F et F' sont les plans focaux du dioptré (voir figure 3.21)

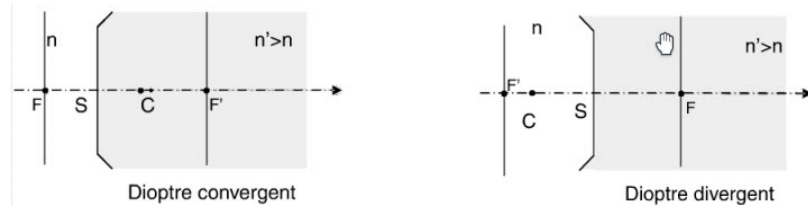


FIGURE 3.21 – Plans focaux du dioptré

3.3.1.5 Autres formes de la relation de conjugaison

On peut obtenir deux formes équivalentes de la relation de conjugaison en utilisant les distances focales f et f' . On utilisera l'une ou l'autre de ces relations suivant les données du problème. La première possibilité consiste à éliminer r de la relation de conjugaison pour ne faire intervenir que f ou f' .

La deuxième forme de la relation de conjugaison s'écrit :

$$\frac{n'}{p'} - \frac{n}{p} = \frac{n' - n}{r} = \frac{n'}{f'} = -\frac{n}{f} \quad \text{ou} \quad \frac{n'}{\overline{SA'}} - \frac{n}{\overline{SA}} = \frac{n' - n}{\overline{SC}} = \frac{n' - n}{\overline{SC}} = \frac{n'}{\overline{SF'}} = -\frac{n}{\overline{SF}}$$

La deuxième possibilité consiste à multiplier les deux membres de $\frac{n'}{p'} - \frac{n}{p} = \frac{n'}{f'}$ par $\frac{f'}{n'}$. En tenant compte de la relation existant entre les deux distances focales, on obtient une troisième forme de la relation de conjugaison, dite relation de Descartes

$$\frac{f'}{f} + \frac{f}{p} = 1 \quad \text{ou} \quad \frac{\overline{SF'}}{\overline{SA'}} + \frac{\overline{SF}}{\overline{SA}} = 1$$

Ces deux nouvelles formes permettent de positionner l'image A et l'objet A' par rapport à S en utilisant les distances focales

3.3.1.6 Grandissement transversal ou transverse γ

Généralement, un objet AB et son image $A'B'$ à travers un dioptré n'ont pas la même taille ; leur sens et leur nature peuvent également être différents. Le grandissement transversal, noté γ , permet de caractériser les différentes propriétés de l'image (taille, sens et nature) par rapport à celles de l'objet.

Pour un dioptré sphérique, le **grandissement transversal** s'écrit :

$$\gamma = \frac{\overline{A'B'}}{\overline{AB}} = \frac{np'}{n'p} = \frac{n\overline{SA'}}{n'\overline{SA}} = 1 - \frac{p'}{f'} = \frac{n}{n + p\Phi}$$

Si γ , l'image est renversée ; elle est droite dans le cas contraire ($\gamma > 0$). Si $|\gamma| < 1$, l'image est plus petite que l'objet ; elle est plus grande si $|\gamma| > 1$. Tous les cas sont résumés dans le tableau suivant :

	$\gamma > 0$ (image droite)	$\gamma < 0$ (image renversée)
$ \gamma > 1$ (image agrandie)	Droite et agrandie	Renversée et agrandie
$ \gamma < 1$ (image réduite)	Droite et réduite	Renversée et réduite

3.3.1.7 Grandissement longitudinal g

Un objet AB non filiforme possède aussi une dimension le long de l'axe principal. Son image $A'B'$ est également caractérisé par un grandissement longitudinal, noté g et s'écrit, pour un dioptré sphérique :

$$g = \frac{n}{n'} \left(\frac{p'}{p} \right)^2 = \frac{n'}{n} \gamma^2 = n_r \gamma^2$$

3.3.1.8 Construction d'images à travers un dioptré sphérique

La méthode de construction suppose connues les positions des foyers objet F et image F' du dioptré. On se place dans le cadre de l'approximation de Gauss et l'on considère un petit objet filiforme AB , perpendiculaire en A à l'axe principal appelé aussi axe optique. Ainsi, tout objet AB placé dans un plan perpendiculaire à l'axe principal a son image $A'B'$ située également dans un plan perpendiculaire à l'axe principal.

Méthode générale : Le point B , situé hors de l'axe principal, matérialise le haut de l'objet AB . Afin de construire son image $A'B'$, on choisit de façon astucieuse deux rayons particuliers, incidents sur le dioptré et passant par B . On utilise en général deux des trois rayons suivants :

- ❑ le rayon (1) parallèle à l'axe principal forme avec l'axe un couple de rayons issus d'un objet à très grande distance : ils se coupent donc au foyer F' (1') ;
- ❑ le rayon (2) passant par le centre C arrive perpendiculairement à la surface du dioptré ($i = r = 0^\circ$) et ne subit aucune déviation : il va tout droit ;
- ❑ le rayon (3) passant par le foyer F forme avec l'axe principal un couple de rayons issus de F . L'image de F étant, par définition, à l'infini, les rayons sortants ne peuvent pas se couper et le rayon (3) va ressortir parallèle à l'axe optique.

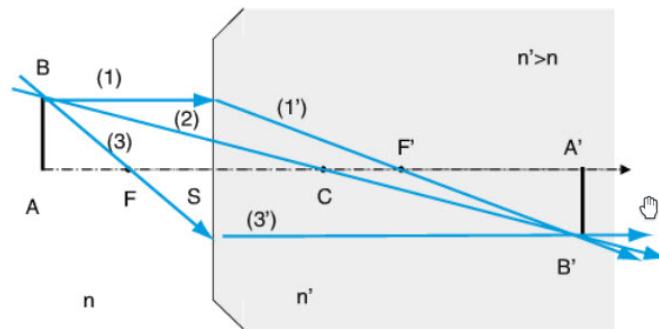
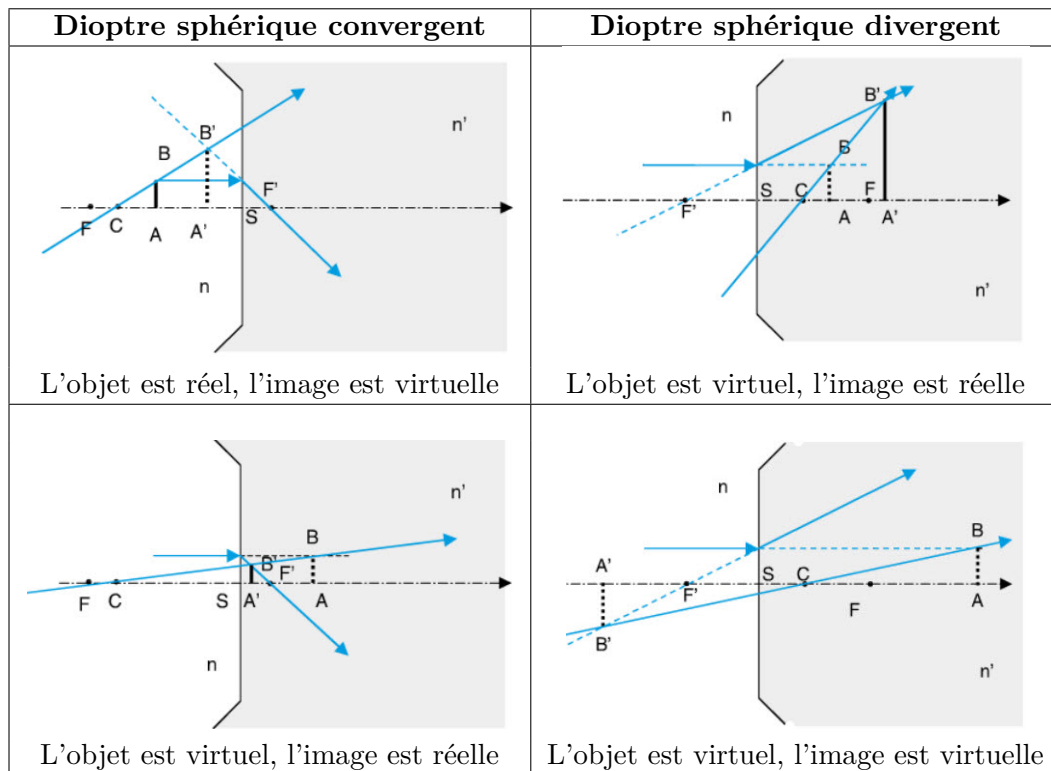


FIGURE 3.22 – Cheminement de trois rayons particuliers traversant un dioptré sphérique convergent ($n' > n$)

Exemples de constructions : Pour effectuer la construction, il n'est pas nécessaire d'utiliser les trois rayons, car deux suffisent pour déterminer complètement le système. On choisira pour toutes nos constructions les rayons (1) et (2). La construction d'images se fera grâce à l'utilisation de deux rayons physiques particuliers :

- Le rayon passant par C qui n'est pas dévié.
- Le rayon (ou son prolongement) arrivant sur le dioptré parallèlement à l'axe principal ; après traversée du dioptré, ce rayon ou (son prolongement) par F'

Dioptré sphérique convergent	Dioptré sphérique divergent
L'objet est réel, l'image est réelle.	L'objet est réel, l'image est virtuelle.



Afin de respecter l'approximation de Gauss, on a schématisé les dioptries comme des portions de droites.

Nature de l'image par rapport à la position de l'objet : Quelle que soit la nature (convergente ou divergente) d'un dioptre, un objet AB est toujours réel s'il est situé à gauche du sommet S du dioptre; on a alors $p = \overline{SA} < 0$. Dans le cas contraire, l'objet AB est virtuel et $p = \overline{SA} > 0$. La nature de l'image $A'B'$ d'un objet AB dépend de la position de la nature de ce dernier.

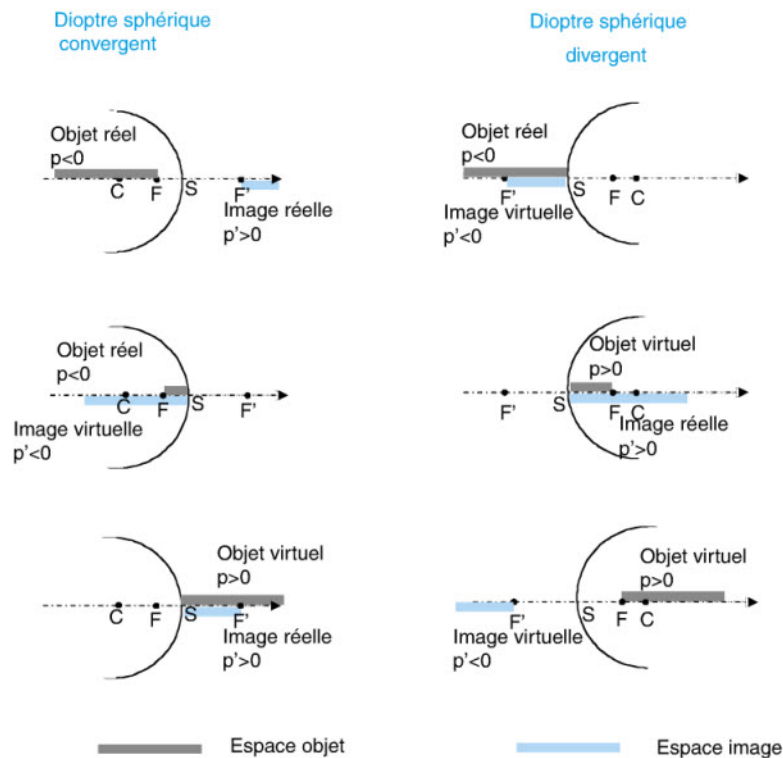


FIGURE 3.23 – Représentation des différentes possibilités offertes par un dioptre sphérique (convergent ou divergent)

Construction de l'image d'un objet situé à grande distance (à l'infini) : Quand un objet est à très grande distance d , on ne peut plus construire son image avec la méthode précédente ; ceci est d'autant plus vrai lorsque l'objet est de grand diamètre D , comme la Lune par exemple. Dans ce cas, il n'est plus défini par sa dimension linéaire mais plutôt par son diamètre apparent α , où $\alpha \approx \frac{D}{d}$ (voir figure 3.23)

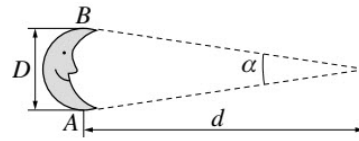


FIGURE 3.24 – Définition du diamètre apparent α d'un objet situé à grande distance.

Deux rayons particuliers suffisent à construire $A'B'$. Ce sont :

- le rayon (1) qui passe par F ; il ressort parallèlement à l'axe ;
- le rayon (2) qui passe par C ; il ressort sans être dévié.

Pour l'exemple choisi (voir figure 3.25), ces deux rayons se coupent dans le plan focal image en B' . On a donc une image réelle.

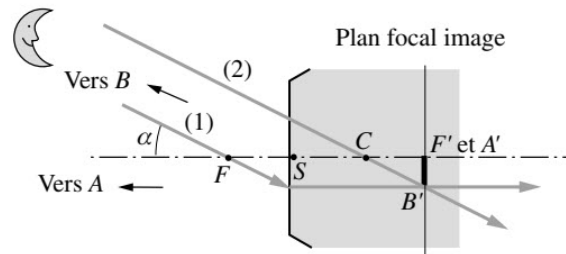


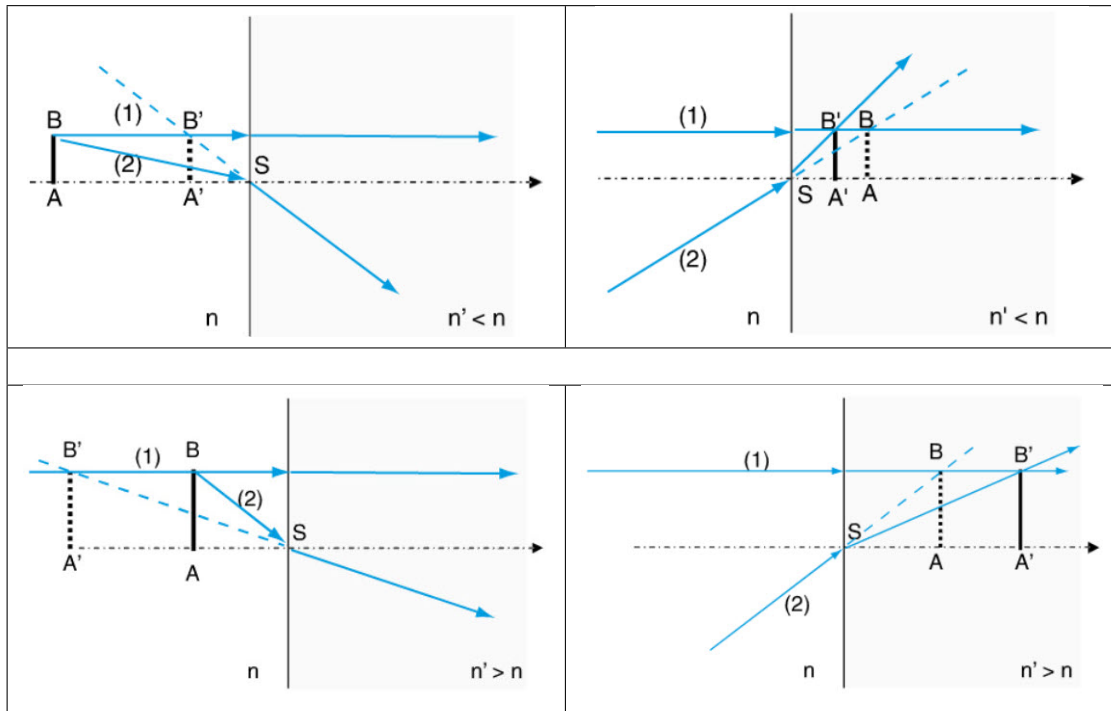
FIGURE 3.25 – Construction de l'image du point B placé à une distance angulaire α par rapport à l'axe du dioptre dans l'approximation de Gauss.

Un raisonnement analogue permet de déduire les constructions proposées dans ce tableau.

L'objet réel A est à l'infini et le dioptre est convergent. A est au foyer image en F	L'objet réel A est à l'infini et le dioptre est convergent. A est dans le plan focal image
L'objet réel A est à l'infini et le dioptre est divergent A' est au foyer image F'	L'objet réel A est à l'infini et le dioptre est divergent. A est dans le plan focal image

3.3.2 Étude du dioptré plan dans l'approximation de Gauss

Un **dioptré plan** est un dioptré sphérique de rayon de courbure r égal à l'infini. Il est donc perpendiculaire à l'axe principal (ou axe optique). S , le sommet du dioptré plan, est le point d'intersection entre le dioptré et l'axe optique. Ce dioptré sépare un premier milieu, d'indice n , d'un deuxième, d'indice n' . Deux configurations seulement sont possibles selon que $n' < n$ ou que $n' > n$.



3.3.2.1 Relation de conjugaison

Dans le cadre de l'approximation de Gauss, la relation de conjugaison du dioptré plan relie la position de A sur l'axe principal à celle de son image conjuguée A' et s'écrit :

$$\frac{n'}{p'} - \frac{n}{p} = 0 \text{ soit } p' = \frac{n'}{n}p$$

ou $p = \overline{SA}$ et $p' = \overline{SA'}$

La vergence du dioptré plan est *infinie*. Les foyers F et F' sont situés à l'infini.

3.3.2.2 Construction d'images

Considérons un petit objet filiforme AB , perpendiculaire en A à l'axe principal. On se place dans le cadre de l'approximation de Gauss, son image $A'B'$ située également dans un plan perpendiculaire à l'axe principal en A' . La construction se fait en considérant le point B , situé hors de l'axe principal. On utilise deux rayons incidents choisis de façon astucieuse et issue de B :

- ❑ Le rayon (1), parallèle à l'axe principal qui passe par la normale au dioptré plan ; il est en incidence normale et ressort sans être dévié.
- ❑ Un rayon (2), incliné par rapport à l'axe principal, passant par S ; il ressort dévié selon la loi de **Snell-Descartes**. Il se rapproche de la normale si $n' > n$ et s'en écarte dans le cas contraire.

Chapitre 4

Lentilles minces

4.1 Présentation

4.1.1 Les différentes lentilles

Une **lentille** est un milieu transparent, homogène et isotrope limité par deux dioptries sphériques ou un dioptre sphérique et un dioptre plan

Comme les dioptries sphériques, les lentilles possèdent un axe de symétrie appelé **axe optique** : les lentilles sont des systèmes optiques centrés. Cet axe est orienté dans le sens de propagation de la lumière incidente.

On distingue deux types de lentilles :

- ❑ les **lentilles convergentes** qui sont les lentilles à bords minces (voir figure 4.1) ;
- ❑ les **lentilles divergentes** qui sont les lentilles à bords épais (voir figure 4.2)

Les lentilles à bords minces rabattent les rayons vers l'axe alors que les lentilles à bords épais écartent les rayons de l'axe. Les figures 4.1 et 4.2 récapitulent les six formes de lentilles.

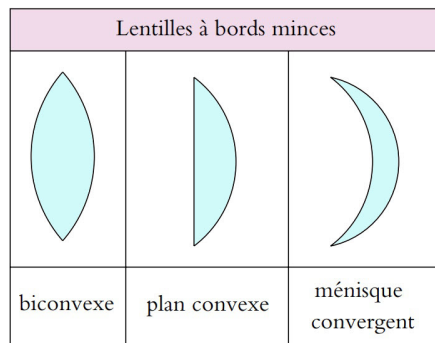


FIGURE 4.1 – Différentes lentilles à bords minces, convergentes.

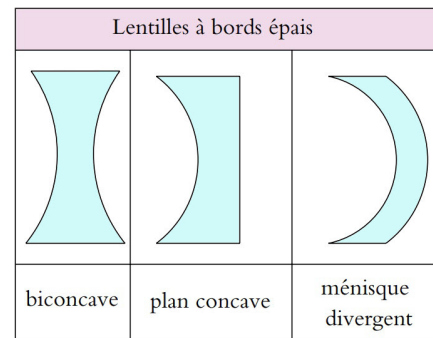


FIGURE 4.2 – Différentes lentilles à bords épais, divergentes.

On définit le **centre optique** (en général appelé O) comme le point de l'axe optique par lequel passe le rayon réfracté correspondant à un rayon incident dont le rayon émergent correspondant lui est parallèle (voir figure 4.3)

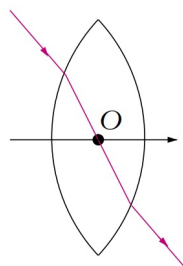


FIGURE 4.3 – Déviation d'un rayon par une lentille.

Une **lentille mince** est une lentille dont l'épaisseur e sur l'axe est négligeable devant les rayons de courbures de ses faces et devant la différence de ceux-ci s'ils sont de même sens (voir figure 4.4).

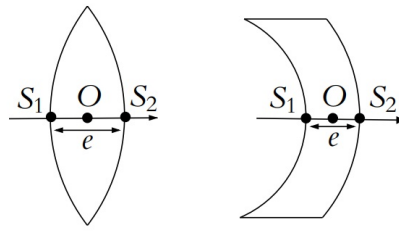


FIGURE 4.4 – Lentilles optiques

Ainsi si l'on considère les rayons algébriques $R_1 = S_1C_1$ et $R_2 = S_2C_2$ des dioptries, une lentille est dite mince si :

$$e \ll |R_1|, e \ll |R_2| \text{ et } e \ll |R_2 - R_1|$$

Dans ce cas, on néglige complètement cette épaisseur et on représente les lentilles par un trait sur lequel on fait seulement figurer le centre optique O . Les symboles des lentilles convergente et divergente sont donnés sur la figure 4.5

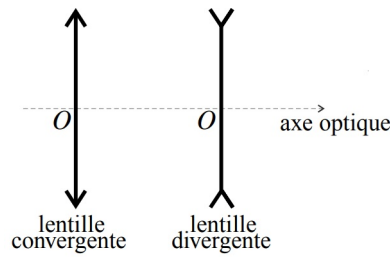


FIGURE 4.5 – Lentilles optiques

4.1.2 Lentilles convergentes

Pour une **lentille convergente**, les foyers objet et image sont symétriques par rapport au centre optique. Le foyer objet est situé avant le centre optique O et le foyer image après O dans le sens de propagation de la lumière (voir figures 4.6 et 4.7)

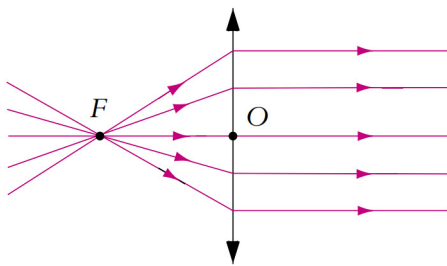


FIGURE 4.6 – Foyer principal objet d'une lentille convergente.

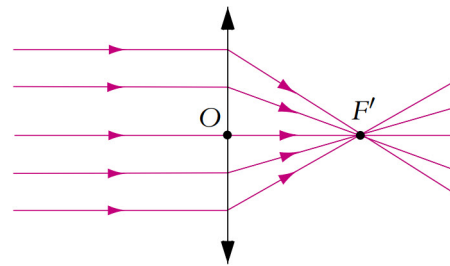


FIGURE 4.7 – Foyer principal image d'une lentille convergente.

Si le sens de propagation de la lumière change, les foyers sont inversés.

On définit les distances focales :

- ❑ la **distance focale objet** $f = \overline{OF}$, qui est négative pour une lentille convergente ;
- ❑ la **distance focale image** $f' = \overline{OF'}$, qui est positive pour une lentille convergente ;

Les distances focales f et f' sont l'opposée l'une de l'autre.

On définit aussi la **vergence** V d'une lentille par :

$$V = \frac{1}{f'} = -\frac{1}{f}$$

La vergence d'une lentille convergente est *positive*.

4.1.3 Lentilles divergentes

Pour une **lentille divergente** les foyers principaux objet et image sont symétriques par rapport au centre optique. Ce sont des points virtuels : le foyer objet est situé après le centre optique O et le foyer image avant O dans le sens de propagation de la lumière (voir figures 4.8 et 4.9).

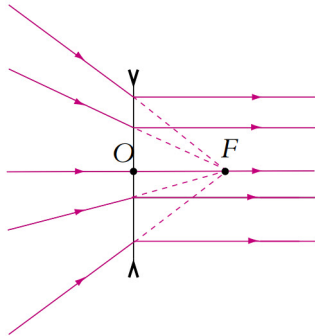


FIGURE 4.8 – Foyer objet d'une lentille divergente.

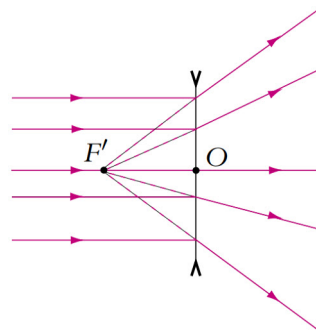


FIGURE 4.9 – Foyer image d'une lentille divergente.

La distance focale objet $f = \overline{OF}$ est négative, la distance focale image $f' = \overline{OF'}$ est positive et $f = -f'$.

La vergence d'une lentille divergente est *négative*.

4.2 Constructions géométriques

Pour trouver l'image d'un objet par une lentille on peut procéder graphiquement, en réalisant une construction géométrique. Il est important de maîtriser cette méthode qui est présentée dans cette section.

4.2.1 Les règles de construction

On récapitule ici les règles de construction qui sont similaires à celles des miroirs :

1. un rayon incident passant par le centre optique O n'est pas dévié ;
2. un rayon incident parallèle à l'axe donne un rayon émergent qui passe (réellement ou virtuellement) par le foyer image F' ;
3. un rayon incident passant (réellement ou virtuellement) par le foyer objet F donne un rayon émergent parallèle à l'axe optique ;
4. deux rayons incidents parallèles donnent des rayons émergents qui se croisent (réellement ou virtuellement) dans le plan focal image ;
5. deux rayons incidents qui se croisent (réellement ou virtuellement) dans le plan focal objet donnent des rayons émergents parallèles entre eux.

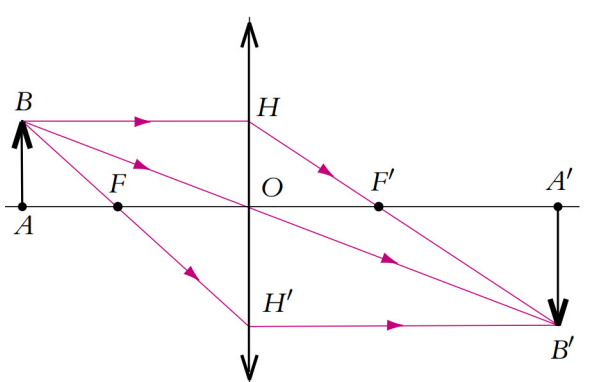
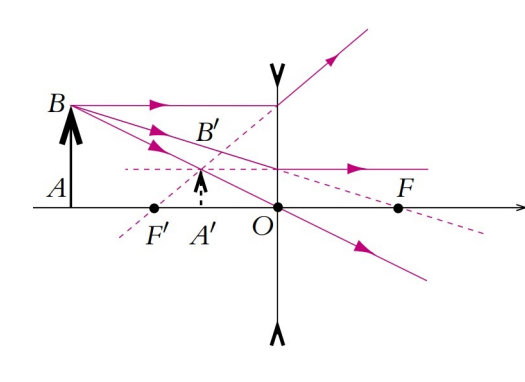
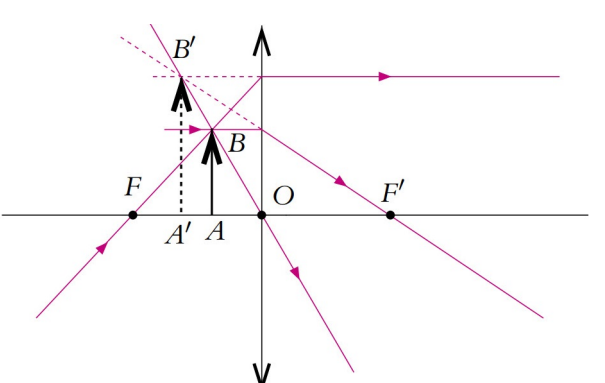
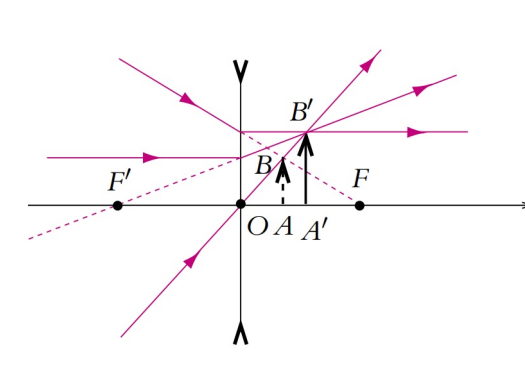
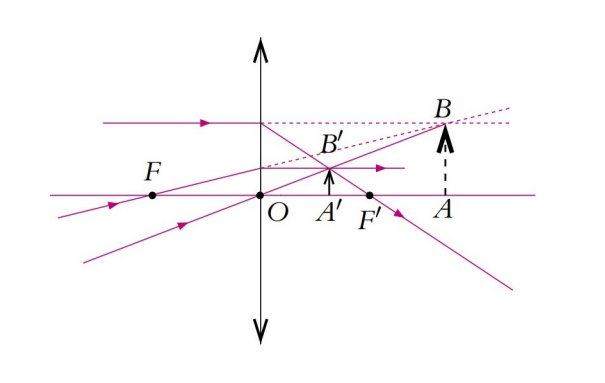
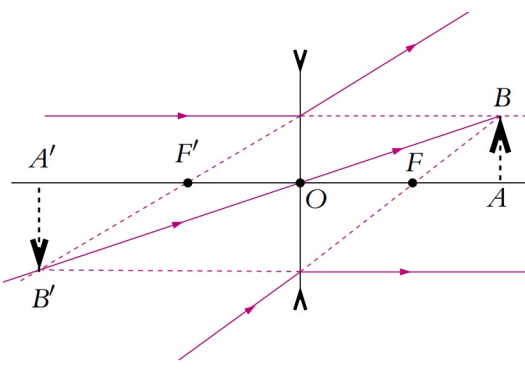
4.2.2 Méthode de construction

Les trois premières règles permettent de déterminer graphiquement l'image de n'importe quel point objet B hors de l'axe optique. Il suffit de tracer les trois rayons remarquables passant (réellement ou virtuellement) par B . Les trois rayons émergents passent tous (réellement ou virtuellement) par l'image (réelle ou virtuelle) B' de B .

Dans le cas d'un point objet A situé sur l'axe optique, les trois rayons remarquables sont confondus avec l'axe optique. Pour déterminer l'image A' de A on prend un point B dans le plan de front passant par A et on construit son image B' . A' est l'intersection du plan de front passant par B' avec l'axe optique.

Dans ces constructions, les objets et images virtuelles sont représentés en pointillés ainsi que les prolongements des rayons.

Tableau récapitulatif des différentes possibilités des lentilles minces

Lentilles convergentes	Lentilles divergentes
Construction de l'image d'un objet réel situé avant le foyer objet : l'image est réelle 	Construction de l'image d'un objet réel situé avant le centre : l'image est virtuelle. 
Construction de l'image d'un objet réel situé entre le foyer objet et le centre : l'image est virtuelle 	Construction de l'image d'un objet virtuel situé entre le centre et le foyer objet : l'image est réelle 
Construction de l'image d'un objet virtuel situé après le centre : l'image est réelle 	Construction de l'image d'un objet virtuel situé après le foyer objet : l'image est virtuelle 

4.2.2.1 Comment reconnaître rapidement une lentille ?

En pratique on peut savoir facilement si une lentille est convergente ou divergente :

- lorsqu'on regarde à travers une lentille divergente on voit quelle que soit la position de l'objet (qui est réel bien sûr) une image à l'endroit de taille réduite ;

- ❑ lorsqu'on regarde à travers une lentille convergente un objet lointain l'image est le plus souvent floue, il faut éloigner la lentille de son œil pour voir une image nette de taille réduite et à l'envers

4.3 Relations de conjugaison

Les images trouvées par les constructions géométriques peuvent se calculer en utilisant les **formules de conjugaison**. Ces formules vont par deux :

- ❑ une *formule de position* liant les positions de deux points A et A' conjugués appartenant à l'axe optique ;
 ❑ une *formule du grandissement* exprimant le grandissement $\gamma = \frac{A'B'}{AB}$ entre les plans de front conjugués passant par A et A' qui permet de positionner l'image B' d'un point B quelconque du plan de front passant par A .

Pour une lentille mince d'indice n , la relation de conjugaison relie la position d'un objet ponctuel A à celle de son image A' , elle s'écrit :

$$\frac{1}{OA'} - \frac{1}{OA} = (n - 1) \left(\frac{1}{OC_1} - \frac{1}{OC_2} \right)$$

Si l'on exprime la relation de conjugaison de la lentille mince à partir de ses distances focales, on a :

4.3.1 Relations avec origine au centre

La formule de position est :

$$\frac{1}{OA'} - \frac{1}{OA} = \frac{1}{f'} = -\frac{1}{f} = V$$

Autre formule de position ou **Relation de Descartes**

$$\frac{f'}{OA'} + \frac{f}{OA} = 1$$

La formule du grandissement est :

$$\gamma = \frac{A'B'}{AB} = \frac{OA'}{OA}$$

4.3.2 Relations avec origine aux foyers, dites relations de Newton

La formule de position est :

$$\overline{F'A'} \times \overline{FA} = \overline{F'O} \times \overline{FO} = f'^2 = -f^2 = ff'$$

La formule du grandissement est :

$$\gamma = -\frac{\overline{F'A'}}{f'} = -\frac{f}{\overline{FA}}$$

4.4 Lentilles accolées

Considérons deux lentilles $\mathcal{L}_1$ et $\mathcal{L}_2$, de vergence V_1 et V_2 et montrons qu'en les accolant on constitue un système optique qui se comporte comme une lentille mince.

Considérons un point lumineux A sur l'axe optique. La lentille $\mathcal{L}_1$ en donne une image A_1 qui devient objet pour $\mathcal{L}_2$ laquelle en donne une image finale A' . Relions la position de A' avec celle de A par rapport au centre optique commun, appelé O . On a :

$$\frac{1}{O_1A_1} - \frac{1}{O_1A} = V_1 \quad \text{et} \quad \frac{1}{O_2A'} - \frac{1}{O_2A_1} = V_2$$

Or puisque les lentilles sont minces et accolées, on peut confondre les centres optiques : $O_1 = O_2 = O$. En ajoutant les deux relations précédentes, on obtient :

$$\frac{1}{OA'} - \frac{1}{OA} = V_1 + V_2$$

Ainsi, **deux lentilles minces accolées se comportent comme une lentille mince de centre optique le centre des deux lentilles et de vergence équivalente :**

$$V_{eq} = V_1 + V_2$$

Remarque : Cette relation n'est valable que pour des lentilles *accollées*. Deux lentilles *non accolées* ne sont pas équivalentes à une lentille unique.