

Exercice 1 : 8 points

Les variables d'état P , V et T sont reliées par une équation de type $f(P, V, T) = 0$.
Soient les différentielles totales :

$$dU = C_V dT + (l - P)dV \text{ et } dS = \frac{C_V}{T} dT + \frac{l}{T} dV$$

où C_V et l sont les coefficients calorimétriques qui dépendent des variables d'état.

- 1) Écrire les relations imposées par le fait que dU et dS sont des différentielles totales exactes, et montrer que : $l = T \left(\frac{\partial P}{\partial T} \right)_V$
- 2) On s'intéresse à l'équation d'état d'un gaz parfait $PV = nRT$
 - a) Calculer l et montrer que C_V ne dépend pas de V
 - b) Calculer les fonctions d'état U et S en supposant que C_V ne dépend pas de T

Exercice 2 : 12 points

On fait subir à n moles de gaz parfait les transformations réversibles suivantes :

- un échauffement isochore de l'état $A(P_A, V_A, T_A)$ à l'état $B(P_B, V_B = V_A, T_B)$
- une détente adiabatique de l'état B à l'état $C(P_C = P_A, V_C, T_C)$
- Enfin, on passe de l'état C à l'état initial A par un refroidissement isobare.

1. Tracer l'allure du cycle dans un diagramme de Clapeyron (P, V)
2. Montrer qu'à volume constant, la quantité de chaleur s'identifie avec la variation d'énergie interne ΔU .
3. Montrer qu'à pression constante, la quantité de chaleur s'identifie avec la variation d'enthalpie ΔH .
4. Calculer alors les quantités de chaleur Q_A^B et Q_C^A associées respectivement aux transformations AB et CA . Que vaut Q_B^C ?
5. Calculer le rendement ρ de ce cycle.
6. 'À partir de l'équation d'état des gaz parfaits, montrer que : $\frac{T_C}{T_A} = \frac{V_C}{V_A}$ et que $\frac{T_B}{T_A} = \frac{P_B}{P_A}$
7. Démontrer ensuite que : $\frac{V_C}{V_A} = \alpha^{\frac{1}{\gamma}}$ avec $\alpha = \frac{P_B}{P_A}$ et $\gamma = \frac{C_P}{C_V}$
8. Montrer que le rendement vaut : $\rho = 1 - \frac{\gamma(T_C - T_A)}{T_B - T_A}$
9. Déduisez-en finalement l'expression de ρ en fonction de α et γ